



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE QUINTANA ROO

DIVISIÓN DE CIENCIAS, INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

SISTEMA DE LOCALIZACIÓN EN ENTORNOS INTERIORES  
MEDIANTE SENSORES BLE

TRABAJO DE TESIS  
PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN MECATRÓNICA**

PRESENTA  
**GEDEÃO SANTOS NUNES DE OLIVEIRA**

SUPERVISORES

**Dr. Homero Toral Cruz**

**Dr. Freddy Ignacio Chan Puc**

**Dr. José Antonio León Borges**

**Dr. Julio Cesar Ramírez Pacheco**

**M.M. José Raúl García Segura**



**CONACYT**  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE QUINTANA ROO

# DIVISIÓN DE CIENCIAS, INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

TRABAJO DE TESIS TITULADO

“SISTEMA DE LOCALIZACIÓN EN ENTORNOS INTERIORES MEDIANTE SENSORES BLE”

ELABORADO POR

## GEDEÃO SANTOS NUNES DE OLIVEIRA

BAJO SUPERVISIÓN DEL COMITÉ DE TESIS Y APROBADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE:

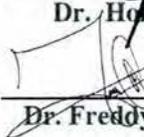
### MAESTRO EN MECATRÓNICA

#### COMITÉ SUPERVISOR

SUPERVISOR:

  
Dr. Homero Toral Cruz

SUPERVISOR:

  
Dr. Freddy Ignacio Chan Puc

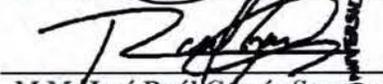
SUPERVISOR:

  
Dr. José Antonio León Borges

SUPERVISOR SUPLENTE:

  
Dr. Julio Cesar Ramirez Pacheco

SUPERVISOR SUPLENTE:

  
M.M. José Raúl García Segura



**CONACYT**

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología



## **AGRADECIMIENTOS**

Gracias a Dios, energía creadora, fuente de conocimiento. Mi familia, fundamento de felicidad y comunión. A todos los profesores y compañeros de curso por los momentos compartidos y los conocimientos construidos. Agradezco a cada persona que directa o indirectamente contribuyó a este proyecto. Gracias en particular, el Dr. Juan Gerardo Abreu Baños y su esposa Noemi Candelaria Vargas Padilla, por las semillas sembradas y todo el apoyo.

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mi familia, Edinizia Santana Varjão Greenhalgh y a nuestro hijo David Nunes Greenhalgh, quienes me enseñaron y acompañaron en este camino. A todos los que aportaron su semilla a este proyecto, ¡Muchas gracias!

## **RESUMEN**

Actualmente, el posicionamiento en interiores implica grandes desafíos. Dado que el Sistema de Posicionamiento Global (Global Positioning System - GPS) no está disponible en interiores, se deben considerar otros enfoques para la ubicación de objetos en estos entornos.

Existe una amplia gama de técnicas, tecnologías y algoritmos para estimar la posición de un objeto en ambientes interiores; sin embargo, cada implementación trae desafíos particulares.

Después de revisar la literatura, en este proyecto se propone una Red de Sensores Inalámbricos basada en tecnología Bluetooth Low Energy y un algoritmo de multilateración (MLAT) para estimar la posición de un objeto en ambientes interiores.

Las principales ventajas de los sensores BLE son el bajo costo de implementación y consumo de energía; además, los algoritmos MLAT se distinguen por la implementación eficiente bajo diferentes tecnologías.

## **ABSTRACT**

Currently, indoor positioning involves major challenges. Since the Global Positioning System (GPS) is not available indoors, other approaches for object location should be considered in these environments.

There is a wide range of techniques, technologies, and algorithms to estimate an object position in indoor environments; however, each implementation brings challenges.

After reviewing the literature, in this project a Wireless Sensor Network based on Bluetooth Low Energy technology and a multilateration algorithm are proposed to estimate an object position in indoor environments.

The main advantages of BLE sensors are the low implementation cost and energy consumption; besides, MLAT algorithms are distinguished by the efficient implementation under different technologies.

**Palabras claves:** Sistemas de Localización en Interiores, Bluetooth de Bajo Consumo de Energía, Multilateración.

# TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS .....	8
ÍNDICE DE TABLAS .....	9
LISTA DE ABREVIACIONES.....	10
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>11</b>
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.2 OBJETIVOS .....	14
1.2.1 <i>Objetivo general</i> .....	14
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	14
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	14
1.4 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	15
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>16</b>
2.1 NAVEGACIÓN .....	16
2.2 NAVEGACIÓN EN INTERIORES .....	18
2.3 TÉCNICAS DE LOCALIZACIÓN EN ESPACIOS INTERIORES.....	19
2.3.1 <i>Indicador de Fuerza de la Señal Recibida (RSSI)</i> .....	19
2.3.2 <i>Información del Estado del Canal (CSI)</i> .....	20
2.3.3 <i>Análisis de Escena (Fingerprinting)</i> .....	21
2.3.4 <i>Ángulo de Arribo (AoA)</i> .....	21
2.3.5 <i>Tiempo de Arribo (AoA)</i> .....	22
2.3.6 <i>Diferencia de Tiempo de Arribo (TDoA)</i> .....	22
2.3.7 <i>Tiempo de Retorno de Vuelo (RToF)</i> .....	23
2.3.8 <i>Fase de Arribo (PoA)</i> .....	24
2.4 TECNOLOGÍAS DE LOCALIZACIÓN .....	26
2.4.1 <i>Luz Visible o no Visible</i> .....	27
2.4.2 <i>Ondas Sonoras</i> .....	28
2.4.3 <i>WLAN / WiFi / Bluetooth</i> .....	28
2.5 SENSORES BLE .....	30
2.6 ALGORITMOS DE MULTILATERACIÓN .....	31
2.6.1 <i>Algoritmo de la Serie de Taylor</i> .....	33
2.6.2 <i>Algoritmo Schmidt</i> .....	33
2.6.3 <i>Algoritmo de Abel y Smith</i> .....	34
2.6.4 <i>Friendlander</i> .....	34
2.6.5 <i>Schau y Robinson</i> .....	34
2.6.6 <i>Chan y Ho</i> .....	35
2.6.7 <i>Bancroft</i> .....	35
<b>3. DESARROLLO DEL SISTEMA .....</b>	<b>36</b>
3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA .....	36
3.2 COMPONENTES DEL SISTEMA .....	37
3.2.1 <i>Nodo Sensor BLE: BC037S BlueCharm iBeacon</i> .....	37
3.2.2 <i>Estación Base: Raspberry PI 3 B+</i> .....	38
3.3 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA .....	39
3.4 ESCENARIO DE MEDICIÓN .....	42
3.4.1 <i>Escenario A: Proyectos Especiales</i> .....	42
3.4.2 <i>Escenario B: Laboratorio de Redes y Comunicaciones</i> .....	44
<b>4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>46</b>
4.1 RESULTADOS ESCENARIO A .....	46

4.2 RESULTADOS ESCENARIO B .....	52
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>56</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>58</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Funcionamiento del sistema GNSS (Ramon F. Brena, 2017) .....	13
Figura 2 Obtención de la latitud tomando como referencia la posición de una estrella (Samama, 2019).....	17
Figura 3 Atenuación de la señal transmitida en función de la distancia del receptor .....	20
Figura 4 Representación de la técnica AoA (Faheem Zafari, 2019) .....	22
Figura 5 Punto de intersección de transmisores sincronizados (Ali Yassin, 2017) .....	23
Figura 6 Fase de arribo de la señal (Faheem Zafari, 2019).....	25
Figura 7 Navegación basada en luz visible (Mautz, 2012) .....	27
Figura 8 Relación entre cobertura y precisión de las tecnologías de localización (Ramon F. Brena, 2017) (Emilio Sansano, 2019) .....	29
Figura 9 Requisitos que dificultan la combinación de tecnologías (Gaviria, 2013) .....	30
Figura 10 Red de sensores BLE .....	31
Figura 11 Escenario para la localización de un objeto en una red de sensores BLE.....	36
Figura 12 Diagrama a bloques del sistema .....	37
Figura 13 Sensor BLE: (a) Comparación del nodo sensor BLE y una moneda de 5 pesos mexicanos y (b) Vista interna del circuito electrónico del nodo sensor BLE (Beacons, s.f.) .....	38
Figura 14 Estación base: Raspberry PI 3 B .....	39
Figura 15 Diagrama de flujo del funcionamiento del sistema .....	39
Figura 16 Representación de la hipérbola $d01$ .....	41
Figura 17 Representación de la intercepción de tres hipérbolas .....	42
Figura 18 Escenario de medición A: Pruebas para la configuración de parámetros de los Beacons.....	43
Figura 19 Escenario de medición A: (a) Posicionamiento de emisor (Beacon) y receptor (Raspberry PI) y (b) Beacon .....	43
Figura 20 Escenario de medición B: Estimación de coordenadas (x, y) .....	44
Figura 21 Escenario de medición B: Posicionamiento de emisor (Beacon) y receptor (Raspberry PI) en plano "x", "y".....	45
Figura 22 Ajuste de curva con periodo de 9000 y potencia de -23dBm: Beacon A .....	47
Figura 23 Ajuste de curva con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacon A .....	48
Figura 24 Ajuste de curvas con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacons A, B, C / mediciones individuales .....	49
Figura 25 Ajuste de curvas con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacons A, B, C / mediciones simultaneas.....	50
Figura 26 Estimación de distancias lineales usando un periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacon A.....	51
Figura 27 Vista gráfica del conjunto de mediciones del escenario B.....	54

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Técnicas de localización: ventajas y desventajas (Faheem Zafari, 2019).....	25
Tabla 2 Características y aplicaciones de las tecnologías de localización (Mautz, 2012).	26
Tabla 3 Algoritmos MLAT (Gaviria, 2013) .....	32
Tabla 4 Parámetros de configuración del dispositivo Beacon .....	43
Tabla 5 Mediciones de valores RSSI usando diferentes periodos (100, 4500, 9000), potencias (0dBm, -6dBm, -23dBm) y un Beacon .....	46
Tabla 6 Mediciones de valores RSSI usando un periodo de 100, diferentes potencias (0dBm, -6dBm, -23dBm) y tres Beacons de forma individual .....	48
Tabla 7 Mediciones del RSSI usando un periodo de 100, diferentes potencias (0dBm, - 6dBm, -23dBm) y tres Beacons de forma simultanea .....	50
Tabla 8 Resultados de medidas lineales obtenidas con una potencia de emisión de -23 dBm y un periodo de 100 .....	51
Tabla 9 Estimación de las coordenadas de la Figura 27 .....	54
Tabla 10 Mediciones de RSSI obtenidas con un periodo de 1000 y potencias de 0dBm y - 23dBm .....	69

## LISTA DE ABREVIACIONES

AoA	Angle of Arrival
BLE	Bluetooth Low Energy
CSI	Channel State Information
dBm	Decibel-millivatio
FHSS	Frequency Hopping Spread Spectrum
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
IPS	Indoor Positioning Systems
kNN	K-Nearest Neighbor
MLAT	Multilateration
PHP	Hypertext Preprocessor
PoA	Phase of Arrival
RF	Radio Frequency
RFID	Radio Frequency Identification
RSSI	Received Signal Strength Indicator
RTof	Round Trip Time of Flight
SGBD	Data Base Management System
OS	Operating System
SVM	Support Vector Machine
TDoA	Time Difference of Arrival
ToA	Time of Arrival
UWB	Ultra-wideband
WLAN	Wireless Local Area Network

# Capítulo I

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, los sistemas IPS representan un reto importante en el despliegue de diversas aplicaciones, debido a la falta de estandarización o baja precisión de los métodos utilizados en la localización de objetos en interiores (Zahid Farid R. N., 2013) (Santosh Subedi, 2020) (Davidson, 2016). Las posibilidades para mitigar tales desafíos se manifiestan en muchas direcciones, ya que tenemos una amplia gama de técnicas, tecnologías y algoritmos bajo investigación (Mautz, 2012) (M., 2009) (Ramon F. Brena, 2017) (Faheem Zafari, 2019), sin embargo, todavía no se ha logrado el desarrollo de un sistema unificado que proporcione alta precisión en el posicionamiento en interiores como los sistemas GPS utilizados para los servicios de navegación en áreas abiertas (Zahid Farid R. N., 2013) (Samama, 2019) (Chan, 2015).

Para realizar la localización de objetos en entornos interiores, se necesitan principalmente tres variables: técnicas, tecnologías y algoritmos. Existen muchas opciones de combinar dichas variables para la implementación de un sistema de localización; sin embargo, cada opción representa retos específicos. En la literatura se han reportado diferentes técnicas de localización; tales como, información del estado del canal (Channel State Information - CSI), análisis de escena (Fingerprinting), ángulo de arribo (Angle of Arrival - AoA), tiempo de arribo (Time of Arrival - ToA), diferencia de tiempo de arribo (Time Difference of Arrival - TDoA), tiempo de retorno de vuelo (Return Time of Flight - RToF), fase de arribo (Phase of Arrival - PoA) e indicador de fuerza de la señal recibida (Received Signal Strength Indicator - RSSI); basadas en diversas tecnologías de comunicación: Wireless Fidelity (WiFi), Bluetooth de bajo consumo de energía (Bluetooth Low Energy – BLE), Zigbee, identificación de dispositivos por radio frecuencia (Radio Frequency Identification Device - RFID), banda ultra ancha (Ultra Wideband - UWB), luz visible, señal acústica y ultrasonido.

Los sistemas de localización basados en la tecnología de redes de sensores BLE son ampliamente usados en el ámbito comercial por su bajo costo de implementación y sus ventajas técnicas, tales como: reducido consumo energético, presencia ubicua e inmunidad al caos electromagnético debido a su espectro ensanchado por salto de frecuencia (Frequency Hopping Spread Spectrum - FHSS) (Jacopo Tosi, 2017) (Heydon, 2013). Por otro lado, en la literatura existen muchos estudios sobre la familia de algoritmos de localización conocida como MLAT; en los cuales se presenta como un método favorable y prometedor (Davidson, 2016), debido a sus diversas aplicaciones en aeropuertos para favorecer el control de aeronaves y vehículos (Mauro Leonardi, Two efficient localization algorithms for multilateration, 2009) (Adolf Mathias, 2008) (Gaviria, 2013) y en el ámbito de la localización en interiores, como museos, edificios o fábricas (Alberto Fornaser, 2019). Otro factor relevante de los sistemas de localización en interiores basados en la familia de algoritmos MLAT es su eficiente implementación bajo diversas tecnologías como sensores BLE, Wi-Fi (Wireless Fidelity) (Zahid Farid R. N., 2013) (Shixiong Xia, 2017) o sonoras (Srdan Kitic', 2020); lo cual permite adaptarse a diversas infraestructuras de comunicaciones. Para fines del presente proyecto, enfocaremos la implementación con base a los sensores BLE, especialmente en lo que respecta al ahorro de energía que estos proporcionan (Jacopo Tosi, 2017).

El presente proyecto está diseñado a partir de una mirada integral que permita comprender el proceso de implementación de los sistemas de localización en espacios interiores mediante la tecnología de sensores BLE y algoritmos MLAT. Durante el desarrollo, se ha considerado lo más relevante en la literatura científica y resultados de diversos autores, con el objetivo de identificar rutas promisorias de estos sistemas.

## **1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Con el fin de comprender mejor los desafíos que enfrenta la consolidación de la navegación en los espacios internos, tomaremos como referencia los sistemas GNSS, que han obtenido gran éxito en la navegación exterior, sin embargo, es necesario entender por qué no es factible su uso en interiores. Estos sistemas funcionan utilizando la emisión de ondas electromagnéticas, provenientes de satélites que, mediante algunas técnicas, como la trilateración, permiten identificar y posicionar con precisión un punto en la superficie del planeta.

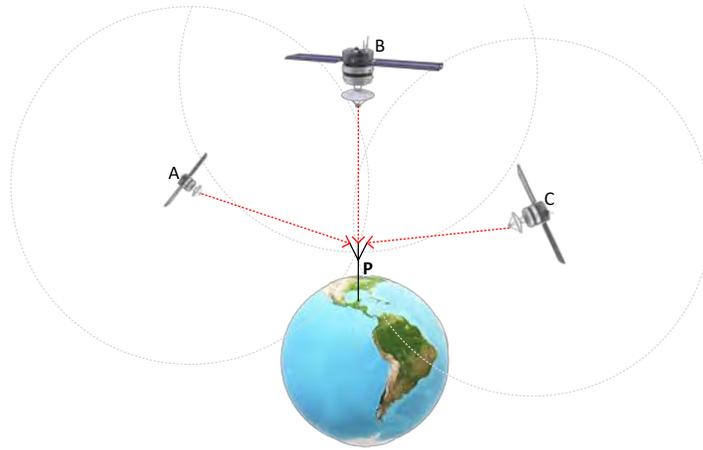


Figura 1 Funcionamiento del sistema GNSS (Ramon F. Brena, 2017)

También cabe destacar que estos sistemas se basan en un funcionamiento que favorece la privacidad del dispositivo monitorizado, donde tres satélites diferentes (A, B, C), ubicados sobre la atmósfera terrestre, cuya órbita es conocida, emiten señales de onda y el punto  $P$  de la Figura 1, representa al receptor que las absorbe y él mismo se encarga de ubicarse geográficamente.

El funcionamiento de los sistemas GNSS se basa en el análisis de la distancia con respecto al tiempo, en este sentido mediante la técnica de ToA se puede estimar la distancia en función del tiempo de emisión y recepción de la onda, la cual se mueve a una velocidad constante en la atmósfera. Sin embargo, es importante considerar que estas mismas ondas electromagnéticas sufren interferencias del entorno, por ejemplo, al atravesar paredes, techos, o diferentes materiales, cambian su tiempo de recorrido, haciendo confusos los datos de propagación para obtener la misma precisión cuando se trata de espacios interiores. Identificamos aquí uno de los primeros grandes desafíos, pues en los espacios interiores la diversidad de configuraciones existentes hace complejo su análisis, el uso de técnicas de propagación de ondas enfrenta innumerables obstáculos como muebles, personas, estructura, puertas y ventanas que pueden dar paso libre en unas veces y otras no, son tantas las posibilidades que pueden existir que el sistema necesitaría considerar para seguir trabajando con precisión.

Los factores mencionados anteriormente conforman las principales limitantes en el uso de técnicas, tecnologías y algoritmos ya desarrollados para la localización de objetos, las cuales abordaremos en las siguientes secciones. También, proporcionan un acercamiento

inicial y contextualizan los retos a enfrentar en el desarrollo de un sistema estandarizado y preciso que solucione el problema de la navegación en interiores.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo general**

Desarrollar un sistema de localización que permita estimar la posición de un objeto en entornos interiores, utilizando algoritmos de multilateración (MLAT) y una red de sensores Bluetooth Low Energy (BLE).

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Estimar la distancia entre los nodos de la red de sensores BLE y el objeto a localizar.
- Implementar un algoritmo de la familia MLAT para estimar la posición del objeto.
- Desarrollar una aplicación que permita visualizar de forma gráfica la posición del objeto.
- Evaluar el funcionamiento del sistema desarrollado.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN**

En la vida cotidiana la ubicación es usada como referencia para realizar innumerables decisiones, ya sea cuando decidimos ir a la cocina a buscar agua, al dormitorio a descansar, a la fábrica a buscar algún componente en el almacén o para solucionar un problema en el área de producción, entre muchas otras posibilidades. En este sentido, la navegación en entornos interiores es fundamental para la toma de decisiones y el desplazamiento. Debido a que los sistemas GNSS presentan un desempeño deficiente en la ubicación de objetos en entornos cerrados, existe la necesidad de desarrollar sistemas alternos que permitan realizar la localización eficiente en espacios cerrados.

Con el objetivo de contribuir y presentar soluciones alternas a la problemática mencionada anteriormente, en esta tesis se desarrolla un sistema que permite estimar la posición de un objeto en entornos interiores: industrias, minas, estaciones de metro, aeropuertos, almacenes, centros comerciales, etc.

## **1.4 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS**

El resto de la tesis está organizado de la siguiente manera: El segundo capítulo presenta el marco teórico para introducir los procesos de navegación, técnicas, tecnologías y algoritmos de localización en entornos interiores. El tercero capítulo aborda el proceso de desarrollo del sistema, incluyendo la descripción, componentes utilizados, funcionamiento y escenarios de medición. En el cuarto y último capítulo se analizan los resultados, considerando las mediciones realizadas en los correspondientes escenarios de prueba.

# Capítulo II

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 NAVEGACIÓN

Desde la antigüedad, los seres humanos han tenido la necesidad de desplazarse o cambiar de posición geográfica, esta necesidad a lo largo de la historia ha favorecido a la aparición de mapas y herramientas que ayuden en esta tarea (Samama, 2019). El uso de herramientas de navegación ha permitido lograr importantes saltos en el desarrollo humano, saltos que han permitido avanzar significativamente en muchos campos. La navegación no se limita a describir un camino en el mapa, nos permite obtener dimensión espacial de la ubicación.

La dimensión de la navegación puede no ser tan evidente para muchos, pero su implementación ha influido en la vida cotidiana de casi todas las personas. Cuando iniciaron las grandes expediciones de navegación en Europa, se buscaron formas de orientación con mayor precisión, en un principio se basó en la imprevisibilidad, utilizando herramientas rudimentarias o la experiencia de mirar siempre la costa (Samama, 2019), algo que costó la vida a muchos navegantes.

De manera gradual se fueron implementando técnicas y herramientas para el análisis espacial, como se observa en la Figura 2, en la cual se analiza el ángulo que presenta una estrella con respecto al horizonte, para obtener la latitud del lugar donde se realiza la medición (Samama, 2019). Posteriormente se experimentó el análisis de tiempo, algo crucial para incrementar la precisión y obtener la longitud.

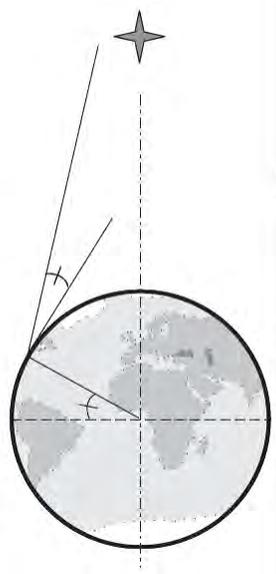


Figura 2 Obtención de la latitud tomando como referencia la posición de una estrella (Samama, 2019)

En la actualidad, los instrumentos de navegación son de gran importancia al momento de desplazarnos, sería muy difícil pensar en el movimiento de productos o personas (aire, mar o tierra) sin utilizar algún instrumento de navegación (Samama, 2019) (Ramon F. Brena, 2017). El sistema GNSS nos permite desplazarnos con seguridad y tener el control de diversas redes de transporte. Es importante señalar que tomó siglos de desarrollo, estudio y descubrimientos, para la aparición de este sistema. Y podemos decir que todavía tenemos desafíos por superar.

Cuando nos trasladamos a espacios cerrados, existe la misma necesidad e importancia de la implementación de la longitud para la navegación que en espacios abiertos, algo que fue crucial para su consolidación (Samama, 2019). Las ondas electromagnéticas de los sistemas GNSS que provienen de los satélites, sufren importantes interferencias en espacios interiores, como casas, edificios, túneles, instalaciones subterráneas, entre otros. Estas interferencias provocan la disminución significativa de la precisión, y para muchas aplicaciones se vuelve no viable. La navegación en interiores aún no se ha consolidado con la misma estandarización como los sistemas GNSS para espacios abiertos, y aquí tenemos el foco principal de este estudio.

## 2.2 NAVEGACIÓN EN INTERIORES

¿Por qué es importante obtener una herramienta para la navegación en interiores? Tomemos una situación ficticia al principio para entrar en este tema y empezar a responder esa pregunta.

Imagínese en un gran centro urbano, un anciano camina tranquilamente por un edificio comercial y de repente se siente mal por la necesidad de su medicamento que olvidó traer. Inmediatamente gracias a las tecnologías de la comunicación es posible informar a un familiar de su necesidad, y solicita encarecidamente que lo traigan de inmediato. Luego, envía rápidamente su ubicación para que el familiar pueda encontrarlo. Pensemos ahora que este familiar, ajeno a esta ciudad, pide a su sistema de navegación que lo oriente hasta el lugar indicado por el anciano. Esto aparentemente es algo sencillo de acertar y resolver, pero por las características del lugar en cuestión se convierte en un problema grave proporcional a la urgencia de tiempo que necesita este anciano para adquirir el medicamento.

Los sistemas de navegación para espacios abiertos permiten obtener ganancias favorables en la vida cotidiana, ya sea en el ahorro de tiempo, la conducción para llegar a ciertos lugares, así como la gran facilidad para ubicarnos geográficamente. Sin embargo, cuando se presentan espacios interiores, o incluso los cañones en grandes núcleos urbanos con múltiples edificaciones, o en el interior de edificios donde es necesario ubicar diferentes habitaciones en diversos pisos, esta navegación deja de ser precisa.

Retomando la historia del inicio de este apartado, el familiar en cuestión enfrentaría grandes desafíos para ubicar con precisión el lugar donde se encuentra el anciano, y ese tiempo podría ser un factor determinante entre la vida y la muerte.

Pensemos ahora en un gran centro médico donde se necesita ubicar urgentemente cierto equipo que se encuentran dentro del edificio, pero que no se tiene la ubicación exacta. En esta situación nos damos cuenta de su aplicación en la identificación de objetos, equipos dentro de grandes instalaciones, o incluso en el hogar (Mautz, 2012).

Existen diferentes campos que carecen y necesitan sistemas que brinden precisión en la navegación en interiores, como el control de vehículos autónomos, que enfrentan situaciones similares cuando ingresan a túneles, o necesitan navegar por estacionamientos dentro de edificios. La industria actual es otro campo que tiene algunas barreras para ubicar

y monitorear productos dentro de enormes almacenes, así como para controlar los robots que se mueven por dichos espacios.

Ejemplos como los anteriores nos permiten dimensionar la importancia y necesidad de poseer un sistema de navegación para espacios interiores. Las situaciones y necesidades pueden ser muchas en diversos campos, el punto clave es que los sistemas de posicionamiento y navegación en interiores podrían ayudar a resolver muchos problemas que se presentan en la actualidad y favorecer la expansión de una gran gama de nuevas tecnologías y aplicaciones, como sucede en la navegación en espacios abiertos. Para poder implementar un sistema de localización en espacios interiores se necesitan principalmente tres variables: técnicas, tecnologías y algoritmos de localización.

## 2.3 TÉCNICAS DE LOCALIZACIÓN EN ESPACIOS INTERIORES

En la presente sección se describen las principales técnicas de localización utilizadas para ubicar un objeto en espacios interiores.

### 2.3.1 Indicador de Fuerza de la Señal Recibida (RSSI)

Esta técnica adquiere los datos para su análisis midiendo la intensidad de la señal recibida, de esta forma es capaz de obtener valores de distancia existentes entre el punto de envío (emisor) y el punto de recepción (receptor).

Para adquirir dichos datos se utilizan medidas referidas a decibel-milivatios (mW), con estos valores es posible estimar la distancia entre el transmisor y el receptor, cuanto más fuerte es la señal, más cerca estás de la fuente. Utilizando la técnica de localización RSSI, la distancia entre el tag y la estación receptora puede ser estimada mediante la siguiente ecuación (Ramon F. Brena, 2017) (Faheem Zafari, 2019):

$$RSSI = -(10 \cdot n) \log_{10}(d) + A \quad (1)$$

Donde,  $RSSI$  es el indicador de fuerza de la señal recibida (dB),  $d$  es la distancia que se desea estimar entre el transmisor ( $Tx$ ) y el receptor ( $Rx$ ),  $A$  es el valor RSSI a una distancia de referencia del receptor y  $n$  es el exponente de Path Loss, el cual varía entre 2 en el espacio libre a 4 en espacios interiores (Zahid Farid R. N., 2013).

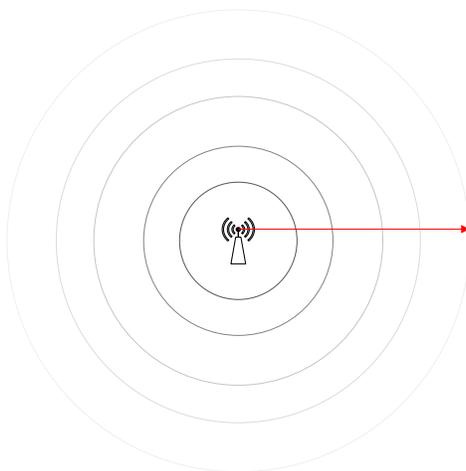


Figura 3 Atenuación de la señal transmitida en función de la distancia del receptor

Así, a medida que la señal se aleja del punto de emisión, pierde gradualmente su intensidad, favoreciendo la obtención de un valor para esta distancia, como se muestra en la Figura 3.

### 2.3.2 Información del Estado del Canal (CSI)

Las técnicas basadas en RSSI mencionadas anteriormente pueden sufrir interferencias o efectos de reflexión o difracción de la señal, conocido como multitrayectoria. Una técnica más compleja, que puede hacer frente a tales problemas es CSI. En donde, las diferencias entre el ancho de banda de coherencia y el ancho de banda de la señal de algunos sistemas inalámbricos como IEEE 802.11 y UWB proporcionan distintas amplitudes y comportamientos de la fase debido a la diferencia de frecuencias. Para obtener la información se usa la siguiente representación matemática en forma polar:

$$H(f) = |H(f)|e^{j\angle H(f)} \quad (2)$$

Donde  $|H(f_i)|$  es la respuesta de amplitud o magnitud y  $\angle H(f_i)$  la respuesta de fase de frecuencia  $f_i$  del canal (Faheem Zafari, 2019).

Esta técnica permite obtener información referente a la amplitud y de las diferentes frecuencias, obteniendo así una información más completa y favoreciendo medidas más precisas.

### 2.3.3 Análisis de Escena (Fingerprinting)

Esta técnica se centra en el análisis del entorno donde se pretenden obtener los datos de ubicación. Esta información se puede obtener mediante el uso de sensores, utilizando las técnicas mencionadas anteriormente (RSSI o CSI), de esta manera se realiza una lectura del espacio en cuestión previamente (*offline phase*), después de obtener los datos se almacenan (*online phase*) y mediante el uso de algoritmos computacionales se realiza una lectura en tiempo real, haciendo una comparación entre la lectura anterior y la lectura actual. Para este análisis se pueden utilizar diferentes métodos tales como (Ramon F. Brena, 2017) (Emilio Sansano, 2019):

- Método Probabilístico
- Redes Neuronales Artificiales (Artificial Neural Networks - ANNs)
- k-Vecino más Cercano (k-Nearest Neighbor - kNN)
- Máquinas de Vectores de Soporte (Support Vector Machine - SVM)

En términos análogos podemos considerar una malla imaginaria sobre el espacio a estudiar, donde cada pequeño cuadrado corresponde a un punto de ubicación, siendo posible obtener una probabilidad de la ubicación del punto en cuestión, al comparar la lectura anterior y posterior del entorno. La densidad de esta malla es proporcional a la precisión. Un aspecto para tener en cuenta es que, debido a la necesidad de realizar mediciones previas y posteriores, esta técnica se ve fuertemente afectada por cambios en la configuración del espacio analizado (Zahid Farid R. N., 2013).

### 2.3.4 Ángulo de Arribo (AoA)

Esta técnica hace uso de diferentes antenas en el dispositivo receptor; así, con la llegada de la señal se evalúa la diferencia de tiempo entre las antenas y se estima el ángulo de arribo, como se puede ver en la Figura 4. Las diferentes antenas permiten analizar el seno del ángulo, obtener el tiempo de llegada de la señal y consecuentemente su distancia (Ali Yassin, 2017).

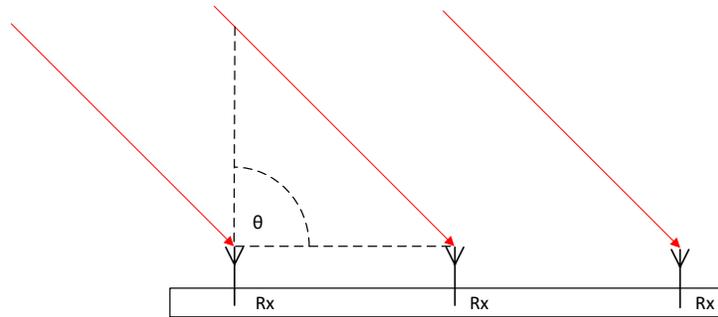


Figura 4 Representación de la técnica AoA (Faheem Zafari, 2019)

En esta técnica, la precisión en distancias cortas se considera óptima, pero a medida que se aleja del punto emisor, es más probable que tenga errores de lectura. Otro factor que considerar es la necesidad de emplear hardware más complejo y una perfecta calibración del dispositivo, ya que un pequeño error en este proceso puede proporcionar un error considerable del punto a localizar (Ramon F. Brena, 2017).

### 2.3.5 Tiempo de Arribo (AoA)

El tiempo de llegada de la señal es una técnica también implementada por los sistemas GPS, que analiza el tiempo de viaje de la señal desde el emisor al receptor. Para este análisis se utiliza una ecuación donde se analiza el tiempo de propagación de la onda para determinar la distancia ( $d_{ij}$ ), de la siguiente manera:

$$d_{ij} = (t_2 - t_1) \cdot v \quad (3)$$

Sea  $t_1$  el tiempo cuando el transmisor  $Tx_i$  envía un mensaje al receptor  $Rx_j$ , el cual lo recibe en el tiempo  $t_2$ , donde  $t_2 = t_1 + t_p$ ,  $t_p$  es el tiempo que toma la señal para moverse de  $Tx$  a  $Rx$  y  $v$  es la velocidad de propagación (Poellabauer, 2010). Para obtener los datos correctamente mediante esta técnica, se necesita sincronización entre los relojes del transmisor y receptor (Ramon F. Brena, 2017).

### 2.3.6 Diferencia de Tiempo de Arribo (TDoA)

Este método presenta algunas similitudes con el anterior (ToA), sin embargo, se diferencia en que evalúa la diferencia del tiempo de arribo de la señal entre diferentes transmisores.

Para obtener la ubicación con cierta precisión es necesario utilizar un mínimo de tres transmisores, como podemos ver en la Figura 5.

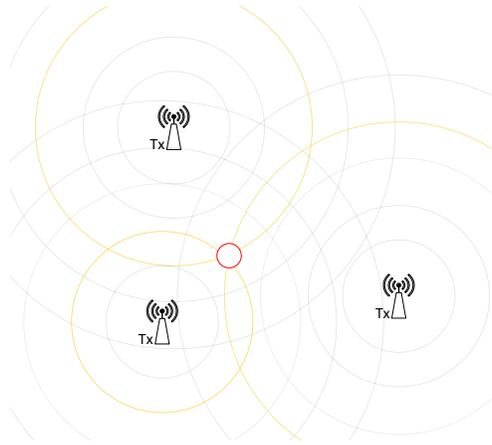


Figura 5 Punto de intersección de transmisores sincronizados (Ali Yassin, 2017)

Para obtener los valores de distancia  $L_{D(i,j)}$ , multiplicamos las diferencias de tiempo de arribo  $T_{D(i,j)}$  por la velocidad de la luz  $c$  ( $L_{D(i,j)} = c \cdot T_{D(i,j)}$ ) de los transmisores  $i$  y  $j$ . Teniendo en cuenta estos valores, podemos localizar la hipérbola de cada transmisor utilizando la siguiente ecuación (Faheem Zafari, 2019):

$$L_{D(i,j)} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i + z)^2} - \sqrt{(X_j - x)^2 + (Y_j - y)^2 + (Z_j + z)^2} \quad (4)$$

Donde, los valores  $(X_i, Y_i, Z_i)$  son las coordenadas del transmisor o nodo de referencia  $i$ , y los valores  $(x, y, z)$  son las coordenadas del receptor o usuario. Una característica para considerar en esta configuración con respecto al método ToA es la necesidad de sincronización entre los transmisores (Ali Yassin, 2017).

### 2.3.7 Tiempo de Retorno de Vuelo (RToF)

Esta técnica tiene como característica principal la medición del tiempo de viaje de la onda (transmisor-receptor-transmisor), considerando el tiempo de propagación de la señal y obteniendo así la distancia entre ellos. Un factor para considerar es la necesidad de sincronización entre los relojes del transmisor y el receptor, similar a la técnica ToA.

Su implementación en espacios interiores presenta algunos problemas que la limitan, como el factor de análisis de la onda de retorno, que es diferente al ToA, ya que debemos considerar dos viajes (ida y regreso) y el error en este doble análisis puede aumentar considerablemente. Otro punto es que para completar el análisis se requiere evaluar el tiempo de retorno de la onda, en ese punto tenemos que considerar que dependiendo del tipo de equipo (receptor-transmisor), ese puede influir en el análisis, como el tipo de *hardware* y su electrónica involucrada.

Para obtener los valores del recorrido de la onda considerando la ida y el regreso, podemos usar la siguiente ecuación:

$$dist_{ij} = \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{2} \cdot v \quad (5)$$

Sea el tiempo  $t_1$  el momento en el que el transmisor  $Tx_i$  envía un mensaje al receptor  $Rx_i$ , el cual lo recibe en el tiempo  $t_2$ , donde  $t_2 = t_1 + t_p$ . Posteriormente en el tiempo  $t_3$ ,  $Rx_i$  transmite una señal de regreso a  $Tx_i$ , el cual lo recibe en el tiempo  $t_4$  y  $v$  es la velocidad de propagación (Poellabauer, 2010).

### **2.3.8 Fase de Arribo (PoA)**

PoA se caracteriza por el análisis del tiempo mediante la diferencia de fase de la señal portadora, pudiendo determinar de esta manera la distancia entre el transmisor y el receptor. Este método se puede utilizar en conjunto con otros métodos como RSSI, ToF y TDoA, incrementando la precisión de la estimación, sin embargo, carece de una línea de visión recta, lo que a menudo es raro en ambientes interiores debido a su configuración (Faheem Zafari, 2019).

Existen diferentes formas de obtener los valores de fase de la onda mediante la técnica de PoA, una de las cuales es considerar que existe un retraso en la recepción de onda entre diferentes antenas receptoras, donde la onda cae sobre una fase ligeramente diferente para cada uno de estos, como podemos ver en la Figura 6.

Un punto por considerar es que, para obtener valores correctos y mayor precisión, se requiere una línea de envío limpia y recta entre transmisores y receptores, algo que muchas veces es incierto considerando su uso en interiores.

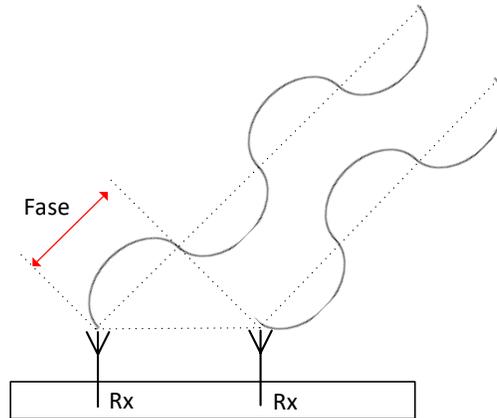


Figura 6 Fase de arribo de la señal (Faheem Zafari, 2019)

Tabla 1 Técnicas de localización: ventajas y desventajas (Faheem Zafari, 2019)

Técnica	Ventajas	Desventajas
RSSI	Fácil de implementar, costo financiero competitivo y compatible con muchas tecnologías.	Propenso a trayectos múltiples y al ruido ambiental, menor precisión de localización puede requerir de otras técnicas como fingerprinting.
CSI	Más robusto al ruido interior y multitrayecto.	No está fácilmente disponible.
AoA	Puede proporcionar una alta precisión de ubicación y no requiere de otras técnicas como fingerprinting.	Puede requerir antenas direccionales y hardware complejo, requiere algoritmos comparativamente complejos y el rendimiento se deteriora con el aumento de la distancia entre el transmisor y el receptor.
ToF	Proporcionar una alta precisión de ubicación y no requiere de otras técnicas como fingerprinting.	Requiere sincronización de tiempo entre los transmisores y los receptores, puede requerir marcas de tiempo y múltiples antenas en el transmisor y el receptor. La línea de visión es obligatoria para un rendimiento preciso.
TDoA	No requiere de otras técnicas como fingerprinting, no requiere sincronización de reloj entre el transmisor y el receptor.	Requiere sincronización entre el transmisor y receptor, puede requerir marcas de tiempo, requiere mayor ancho de banda.
RToF	No requiere de otras técnicas como fingerprinting, puede proporcionar una alta precisión de localización	Requiere sincronización de reloj, el retraso en el procesamiento puede afectar el rendimiento en mediciones de rango corto
PoA	Se puede utilizar junto con RSS, ToA, TDoA para mejorar la localización general.	Rendimiento degradado en ausencia de línea de visión.
Fingerprinting	Bastante fácil de usar.	Esta técnica se usa cuando hay cualquier variación en el espacio.

En la Tabla 1 se mencionan las ventajas y desventajas de las principales técnicas de localización utilizadas para ubicar un objeto en espacios interiores (Zahid Farid R. N., 2013) (Faheem Zafari, 2019).

## 2.4 TECNOLOGÍAS DE LOCALIZACIÓN

Las tecnologías de localización en interiores se encuentran dispersas en muchos campos ya desarrollados; además, la precisión de estas está en función del hardware y software utilizado. Sin embargo, al momento de elegir alguna tecnología, es importante considerar diversas características y no solo la precisión.

La Tabla 2 presenta algunas características a considerar al momento de elegir implementar cierta tecnología.

Tabla 2 Características y aplicaciones de las tecnologías de localización (Mautz, 2012)

Tecnología	Precisión	Cobertura (m)	Principios de medición	Posibles aplicaciones
Cámaras	0.1mm-dm	1-10	Medidas de ángulos a partir de imágenes.	Metrología, navegación para robots.
Infrarrojo	cm - m	1 – 5	Imágenes térmicas, balizas activas.	Detección de personas, seguimiento.
Sistemas táctiles o polares	$\mu\text{m}$ – mm	3 – 2000	Mecánico interferométría.	Automotriz, metrología.
Sonido	cm	2 - 10	Distancia desde la hora de llegada.	Hospitales, seguimiento.
WLAN/WiFi	m	20 – 50	<i>Fingerprinting</i> .	Navegación peatonal, servicios basados en localización.
RFID	dm – m	1 – 50	Detección de proximidad, <i>Fingerprinting</i>	Navegación peatonal.
Ultra-Wideband	cm - m	1 - 50	Reflexión corporal y hora de llegada.	Robótica, automatización.
GNSS de alta sensibilidad	10m	“Global”	Correlación paralela, GPS asistente.	Servicios basados en localización.
Pseudolitos	cm - dm	10 - 1000	Rango de fase portadora.	GNSS para minas al aire libre.
Otra radiofrecuencia	m	10 - 1000	Proximidad y <i>Fingerprinting</i> .	Seguimiento de persona.
Navegación inercial	1%	10 - 100	Estimación.	navegación peatonal
Sistemas magnéticos	mm - cm	1 - 20	<i>Fingerprinting</i> y rango.	Hospitales y minas.
Sistemas de infraestructura	cm - m	Edificio	<i>Fingerprinting</i> y capacidad.	Ambientes asistidos.

Con un buen margen de precisión que puede ir desde 0,1 mm en adelante, este tipo de análisis utiliza la medida del ángulo formado por las imágenes u objetos monitorizados como principio de obtención de datos.

Muy utilizado en campo para aplicaciones que requieren medidas exactas o también la navegación de un robot, tiene un margen de cobertura de hasta 10m, que en general sería el rango visual de la cámara.

### 2.4.1 Luz Visible o no Visible

El uso de la luz para obtener datos de medicación puede darse de dos formas, con espectros de luz invisible, como el uso de infrarrojos, obteniendo valores de distancia o datos térmicos, favoreciendo la detección de personas o conduciendo dispositivos robóticos.

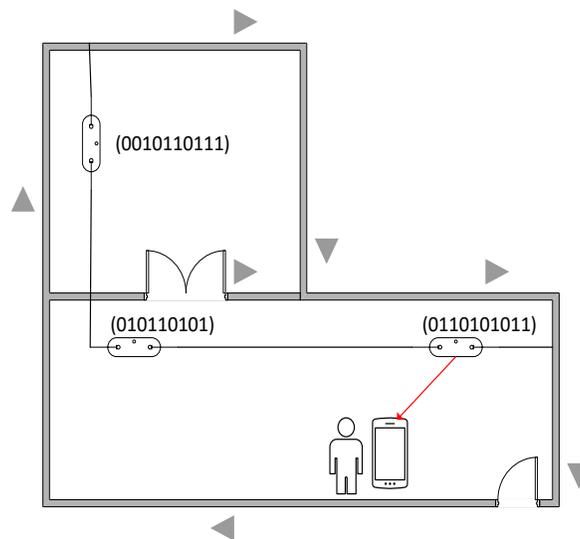


Figura 7 Navegación basada en luz visible (Mautz, 2012)

Otro punto prometedor para el uso de ondas de radiación electromagnética se encuentra en el campo de la luz visible; donde, por medio de una cámara se puede obtener lectura de la frecuencia de funcionamiento de las lámparas, aunque este parpadeo no es visible para el ojo humano, las cámaras lo detectan fácilmente, como en el caso de los LED. De esta manera, se pueden asignar códigos únicos a cada lámpara para tener un registro de su ubicación y facilitar la navegación (ver Figura 7) (Mautz, 2012) (A B M Mohaimenur Rahman, 2020).

### **2.4.2 Ondas Sonoras**

En este campo encontraremos sensores ultrasónicos, que pueden utilizar la emisión de ondas y la recepción de eco para estimar la distancias en el proceso de localización. Estos sistemas pueden operar en un rango de 2 cm y hasta 10 metros, aunque pueden sufrir muchas interferencias del entorno, provocando lecturas inexactas.

A menudo se implementan técnicas como ToF para la estimación, tomando en cuenta el tiempo de vuelo y retorno de la señal, considerando también que, al tratarse de una onda mecánica, puede regresar debido al encuentro de algún cuerpo en el camino. Un ejemplo muy utilizado para este tipo de sistemas es el uso del micrófono de los teléfonos inteligentes, para ubicar dichos dispositivos dentro de un espacio determinado (Faheem Zafari, 2019) (Srdan Kitic, 2020).

### **2.4.3 WLAN / WiFi / Bluetooth**

Dentro de este campo tenemos muchas tecnologías prometedoras que ya se utilizan en muchas aplicaciones. El uso de las ondas electromagnéticas en la localización permite operar en un rango de más de 50 metros y en estas tecnologías podemos implementar diferentes técnicas para la obtención de los datos, tales como el uso de redes neuronales o algoritmos que incrementen la precisión.

El uso de WLAN y tecnologías relacionadas como WiFi y bluetooth son muy prometedores, especialmente debido a la posibilidad de implementación con pocos o ningún cambio en la infraestructura existente. Estas tecnologías son aceptables con numerosas técnicas para obtener un valor de medición (RSSI; ToA, TDoA, AoA), y actualmente tenemos implementados muchos dispositivos comercialmente populares que también utilizan la emisión de ondas de radio.

Un punto para mencionar es que, debido a la necesidad de reconocimiento y detección de cada onda emitida, existe la necesidad de estar todo el tiempo buscando la señal, en este sentido el dispositivo que, de acuerdo con la necesidad de monitoreo / navegación es actualizado, se produce en especial en él un aumento del consumo de energía, dando lugar a la búsqueda de un equilibrio entre un consumo y el retardo de posicionamiento (Ali Yassin, 2017). Aun así, sigue siendo una de las posibilidades más prometedoras para satisfacer las necesidades de un sistema de navegación en entornos interiores.

Dentro de estas tecnologías, cabe destacar la presencia de los dispositivos Bluetooth de bajo consumo de energía, los cuales funcionan en una banda de 2,4 GHz y se basan en radiofrecuencia (RF).

En esta sección se han mencionado las principales tecnologías usadas para la localización en espacios interiores; sin embargo, existen otras bajo estudio, como el uso del campo magnético terrestre, que a pesar de sus procesos cambiantes e inciertos, sigue siendo un campo de investigación, o incluso el uso de sensores como el giroscopio y osciloscopio, para proporcionar datos más puntuales en el proceso de navegación.

También es importante resaltar que la mayoría de las tecnologías se basan en el uso de ondas electromagnéticas y mecánicas (Srdan Kitic, 2020) (Espeland, 2018).

Para seleccionar alguna tecnología, es importantes determinar cuál es más viable en función de sus características. Por ejemplo, en algunas aplicaciones la precisión del sistema no es lo más importante; sin embargo, el tipo de hardware a usar puede ser un factor que defina la factibilidad en relación con el costo de implementación. El desarrollo de un sistema estandarizado tiene como principal barrera el costo de implementación, debido a que este factor puede estar vinculado a cambios estructurales importantes en el lugar a implementar.

La Figura 8 muestra una descripción gráfica de la relación entre la precisión y cobertura que ofrecen algunas tecnologías de localización. De esta manera, podemos identificar los principales retos que enfrenta un sistema unificado y estándar, en función de la precisión y cobertura.

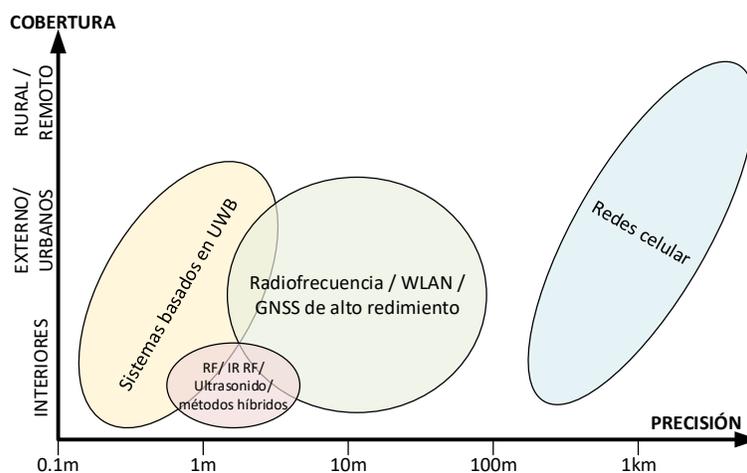


Figura 8 Relación entre cobertura y precisión de las tecnologías de localización (Ramon F. Brena, 2017) (Emilio Sansano, 2019)

La literatura tiene un fuerte enfoque en los sistemas basados en WLAN, especialmente por su presencia comercial en muchos equipos y también porque tienen buena cobertura considerando su aplicación para espacios interiores. Adicionalmente a lo anterior, el bajo consumo de energía de los sensores BLE, les permite permanecer en funcionamiento durante largos periodos de tiempo y ser usados masivamente en dispositivos relacionados con Internet de las cosas, aplicaciones automotrices, estructuras domóticas, convirtiéndolos en una tecnología potencial para la implementación de sistemas de localización en entornos interiores. La Figura 9 muestra un conjunto de requisitos que dificultan la combinación de tecnologías en la búsqueda de procesos más estandarizados.

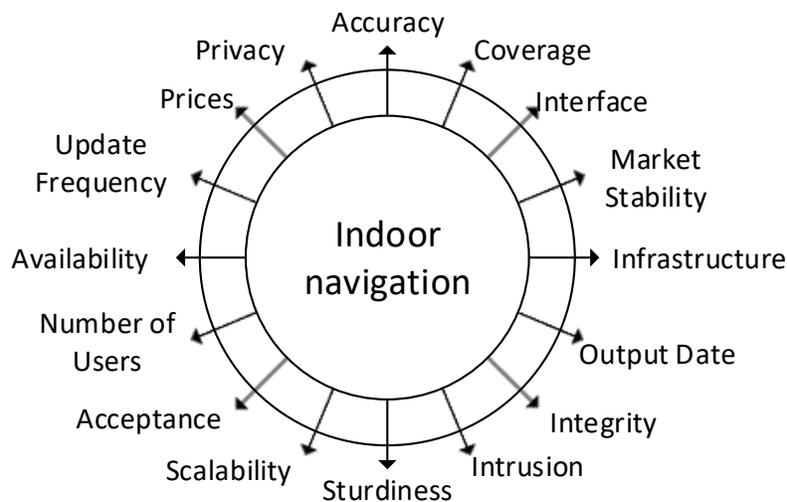


Figura 9 Requisitos que dificultan la combinación de tecnologías (Gaviria, 2013)

## 2.5 SENSORES BLE

Los dispositivos BLE funcionan en una banda de 2,4 GHz y se basan en radiofrecuencia (RF). A pesar de ser muy similar al Bluetooth común, podemos considerar al BLE como una nueva tecnología, muy particular en ciertos puntos y que logró ganancias considerables sobre el bluetooth de la versión anterior, ya que a partir de la versión v4.0, cuando fue implementado, obtuvieron mejoras que favorecieron ganancias significativas en su rendimiento (Espeland, 2018) (Heydon, 2013). La tecnología BLE utiliza una carga de baja energía para funcionar, lo que se diferencia mucho de sus versiones anteriores de Bluetooth. De esta forma pueden permanecer en funcionamiento durante largos periodos

con un bajo consumo energético, esto hizo que se empleara masivamente en dispositivos relacionados con Internet de las cosas, aplicaciones automotrices, en estructuras domóticas y ha sido utilizado y estudiado con buenas perspectivas en sistemas de localización de objetos o personas en espacios interiores (Espeland, 2018) (Jacopo Tosi, 2017).

Es importante aclarar algunos conceptos sobre la tecnología BLE; por ejemplo, su empleabilidad puede darse de dos formas, como dispositivos centrales o periféricos como se puede ver en la Figura 10. Los dispositivos centrales se caracterizan por gestionar la comunicación, cuentan con software que permite controlar la interacción entre ellas; a diferencia de los dispositivos periféricos, que transmiten señales y tienen su propia referencia de transmisión, lo cual los hace únicos.

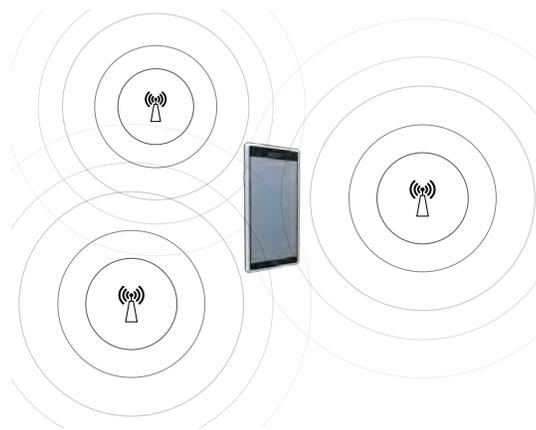


Figura 10 Red de sensores BLE

Estos dispositivos se caracterizan por la transmisión de una onda electromagnética, que viaja a la velocidad de la luz y mediante el análisis de la señal transmitida es posible determinar la distancia. Una forma es mediante el análisis de la intensidad de la recepción de la señal (RSSI), de esta manera es posible implementar un sistema de localización, combinando la técnica y tecnología mencionadas (Samama, 2019).

## 2.6 ALGORITMOS DE MULTILATERACIÓN

Los algoritmos de la familia MLAT son un conjunto de códigos que emplean diferentes estructuras y funciones matemáticas que se puede utilizar para determinar una posición espacial en un plano cartesiano. Diversos estudios en la literatura recomiendan la utilización

de los algoritmos de la familia MLAT por la eficiente implementación bajo diferentes tecnologías.

En términos generales podemos clasificar estos algoritmos estructurados en tres grupos: estadísticos, algebraicos y numéricos; donde, la relación de la geometría del sistema y el tipo de las ecuaciones aplicadas para resolver el problema definen el tipo de algoritmo (Gaviria, 2013) (Ivan A. Mantilla-Gaviria, 2014).

En la Tabla 3 se presentan los principales algoritmos de multilateración, mencionando algunas características de cada uno de ellos (Gaviria, 2013).

Las principales características que los definen y ayudan a clasificarlos son las siguientes: el modelo de datos (algebraico, estadístico o numérico), el tipo de interacción (directa o indirecta) y finalmente el problema de linealización.

Tabla 3 Algoritmos MLAT (Gaviria, 2013)

Algoritmo	Modelo de Datos	Tipo de Interacción	Linealización
Schimidt	Algebraico	Direto	Cúbico Lineal
Taylor	Estadístico	Indireto	Lineal
Smith and Abel	Numérico	Direto	Cuadrático
Friedlander	Numérico	Direto	Cuadrático
Schau and Robinson	Numérico	Direto	Cuadrático
Chan and Ho	Numérico	Direto	Cuadrático
Bancroft	Algebraico	Direto	Lineal Cuadrático

El modelo de datos se considera cuando convertimos el elemento escalar a una forma vector-matriz, con el fin de manejar la relación de  $Ns$  puntos de datos (beacons), definiendo así el modelo que puede tener un enfoque estadístico, algebraico o numérico.

Estos grupos de algoritmos se encuentran dentro de dos grandes familias, algoritmos de forma abierta o cerrada.

En los algoritmos de forma abierta (Open Form Algorithms), esta definición se relaciona con el problema de la linealización, donde este tipo de algoritmos generalmente tienen procedimientos interactivos y necesitan definir un punto de partida o referencia. En este grupo se encuentra el algoritmo de la serie Taylor.

Por otro lado, tenemos un conjunto de algoritmos llamados de forma cerrada (Closed Form Algorithms), que se define por la relación cuadrática entre la diferencia de medición  $m$  y la

posición desconocida  $\theta$ . Una característica interesante de este grupo de algoritmos es que no necesita un punto de partida para encontrar la solución al problema. Dentro de este grupo tenemos los siguientes algoritmos [17] [26]: Schimidt, Smith y Abel, Friedlander, Schau y Robinson, Chan and Ho, y Bancroft. A continuación, se describen los principales algoritmos de la familia MLAT.

### 2.6.1 Algoritmo de la Serie de Taylor

Inicialmente, la literatura muestra que solo se aplicó el algoritmo de la serie de Taylor utilizando un modelo de datos algebraicos, sin embargo, posteriormente se analizó dentro del mismo problema, pero con procedimientos estadísticos. Por lo tanto, en términos generales, podemos tener la expresión de un algoritmo de la serie de Taylor que expresa TDoA de la siguiente manera:

$$m_{i,1} \equiv cTDOA_{i,1} = (f_i(x, y, z) - f_1(x, y, z)) + n_{i,1} \quad (6)$$

Donde tendremos la presencia del ruido expresada por  $n_{i,1}$  y apunta al radio de diferencia de medida entre  $n$  estaciones y una de referencia.

Para el procedimiento de análisis de estos valores, el procedimiento interactivo viene dado por el hecho de que analiza una diferencia euclidiana comparativa; donde, cuando la diferencia presentada es pequeña el algoritmo detiene el refinamiento o si es grande, continúa el procedimiento de refinamiento. Los algoritmos de la serie Taylor necesitan tomar como referencia un punto de partida; por ejemplo, en ambientes exteriores como superficies de aeropuerto se toma la parte central. Sin embargo, para espacios cerrados, este punto se puede considerar a partir de la ejecución previa del algoritmo en su forma cerrada (Adolf Mathias, 2008) (Gaviria, 2013).

### 2.6.2 Algoritmo Schmidt

Este algoritmo toma como análisis el estudio entre 3 estaciones con posiciones conocidas donde, mediante una forma cónica, establece una posible posición de la ubicación desconocida. Hace uso de una manipulación algebraica para que, mediante el uso de varias ecuaciones, pueda determinar el punto en cuestión, para resolver el problema lineal inverso, no utiliza ninguna forma estadística o numérica. Un factor favorable en este tipo de

procedimiento es que el requerimiento computacional es relativamente muy bajo (SCHMIDT, 1972).

### **2.6.3 Algoritmo de Abel y Smith**

En este tipo de algoritmo tenemos la resolución aplicada entre la interacción de al menos dos puntos de referencia (balizas), convergiendo el punto desconocido mediante el análisis de un punto de referencia, donde la interacción entre ellos determina un posible punto en cuestión.

Considerando el análisis de ubicación en dos dimensiones 2D, este tipo de algoritmo solo requiere el uso de 2 balizas y para el análisis 3D se necesitan 4 balizas, teniendo un enfoque numérico y como factor favorable, requiere un bajo costo computacional para la resolución (Gaviria, 2013).

### **2.6.4 Friendlander**

Muy similar al algoritmo presentado previamente (Abel y Smith), este utiliza una interpolación esférica para señalar dos posibles posiciones para el punto a ubicar, el factor diferencial es que Friedlander opta por eliminar una de estas dos posibles posiciones desconocidas haciendo uso de los parámetros del modelo de datos empleado. Como base, este algoritmo tiene un enfoque numérico y tiene un bajo costo computacional para resolver el problema (Gaviria, 2013).

### **2.6.5 Schau y Robinson**

Este algoritmo se enfoca en el uso de una intersección esférica, donde la distancia viene dada por el radio de los emisores en posiciones conocidas, el centro del radio denota su posición de envío y la intersección de estas la posible posición a encontrar. El algoritmo presenta dos posibles soluciones para resolver el problema, y es necesario implementar un procedimiento para elegir dicha solución. El algoritmo está estructurado en un modelo de datos numéricos y un punto diferencial respecto a los algoritmos de Abel y Smitt y Friedlander; tiene un costo computacional más alto que los anteriores, pero aún se considera relativamente bajo (Gaviria, 2013) (Ivan A. Mantilla-Gaviria, 2014).

### **2.6.6 Chan y Ho**

Este algoritmo es similar a otros ya presentados en secciones anteriores, hace uso de un principio de interpolación esférica (Abel y Smith), este modelo presentado por Chan y Ho presenta una mejora con respecto a los anteriores, la cual está dada por una corrección numérica, aplica la resolución del problema inverso, y no precisamente a un nuevo punto de ubicación. Cabe señalar que esta corrección muchas veces apunta a valores que son inversos a los buscados, y cuando converge a lo deseado (la ubicación real) presenta mejoras, sin embargo, al aplicar esta corrección cuadrática, puede presentar alta inexactitud. Su modelo de datos es numérico y tiene un costo computacional superior a los algoritmos presentados anteriormente (Mauro Leonardi, Two efficient localization algorithms for multilateration, 2009) (Adolf Mathias, 2008).

### **2.6.7 Bancroft**

Este algorítmico tiene ciertas características que difieren de los modelos presentados hasta ahora, como por ejemplo utilizar un análisis basado en la técnica ToA e inicialmente este fue desarrollado para aplicaciones GPS. Tiene un enfoque en el modelo de datos algebraicos y no puede asumir un factor numérico o estadístico. El factor principal de este modelo de algoritmo es hacer uso de ecuaciones basadas en el método ToA y consecuentemente en ocasiones puede ser necesario trabajar con números complejos, haciendo que se extraiga la parte real de estos números. Un punto relevante es que su costo computacional es bastante bajo (Gaviria, 2013) (Ivan A. Mantilla-Gaviria, 2014).

# Capítulo III

## 3. DESARROLLO DEL SISTEMA

### 3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema propuesto permite estimar la ubicación de un objeto dentro de un escenario interior en dos dimensiones (2D), su funcionamiento se basa en la identificación de TAGS (nodos sensores), los cuales tienen un identificador único (ID) y emiten el ID mediante una onda electromagnética, donde la estación receptora percibe y procesa la señal. En el desarrollo del sistema se usó la técnica RSSI. La Figura 11 muestra una representación del sistema, en la cual, se distribuyen los nodos sensores BLE para cubrir el escenario de medición y estimar la posición del objeto:



Figura 11 Escenario para la localización de un objeto en una red de sensores BLE

En la Figura 12 se ilustra un diagrama a bloques del sistema. El sistema está compuesto por una red de sensores BLE; en la cual, los nodos sensores (B1, B2, B3, ... Bn) emiten señales a la estación base. La estación base, a través de un script desarrollado en Python procesa la intensidad de la señal recibida (RSSI) en decibelio-milivatio (dBm), organiza la

información de cada emisor y envía la información a la nube mediante solicitud HTTP por el método GET; para su posterior procesamiento un servidor remoto.

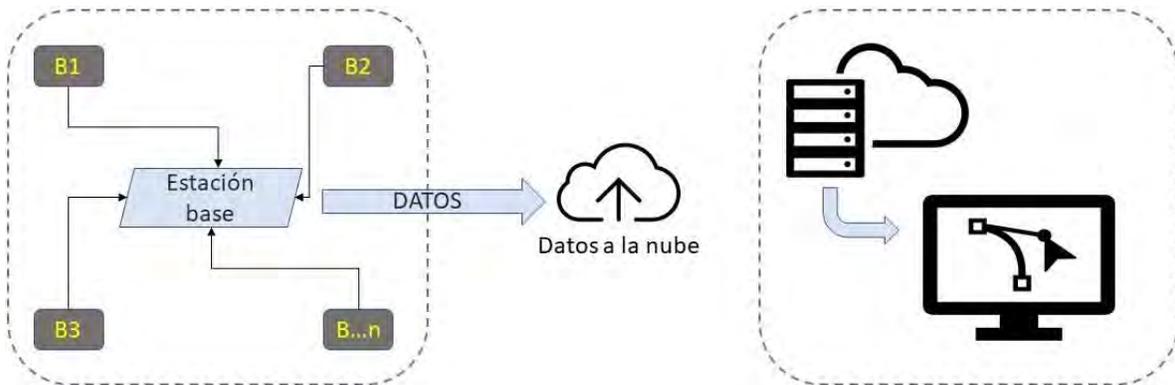


Figura 12 Diagrama a bloques del sistema

Los datos son almacenados en una base de datos MySQL y mediante un script en Python en el servidor remoto, se aplica un algoritmo MLAT para la estimación de la coordenada en el escenario de medición. Cabe destacar que los emisores estarán en posiciones conocidas, y la información del escenario de medición debe estar precargada en el sistema. Permitiendo así un diseño bidimensional del espacio y la representación gráfica de la posición del objeto.

## 3.2 COMPONENTES DEL SISTEMA

### 3.2.1 Nodo Sensor BLE: BC037S BlueCharm iBeacon

El dispositivo en hardware que actuará como nodo sensor emisor de ondas para cubrir el escenario de medición es un sensor BLE de la marca BlueCharme, modelo BC037S-SmoothPattern-iBeacon (Beacon); donde, de acuerdo con los datos del fabricante, tiene un alcance de hasta 50 metros, pudiendo funcionar durante casi 10 meses con la misma batería, considerando una frecuencia de emisión cada 1 segundo con 0dBm (Beacons, s.f.).



(a)



(b)

Figura 13 Sensor BLE: (a) Comparación del nodo sensor BLE y una moneda de 5 pesos mexicanos y (b) Vista interna del circuito electrónico del nodo sensor BLE (Beacons, s.f.)

En la Figura 13(a) se compara el sensor BLE con una moneda de cinco pesos mexicanos. Las dimensiones del sensor BLE son 3 in  $\times$  3 in  $\times$  1 in, y un peso de 56 gramos con batería incluida. En la Figura 13(b) se puede ver el circuito electrónico interior, el cual está formado por un chip TI CC2640 (ALLDATASHEET, s.f.), basado en un microcontrolador Powerful ARM® Cortex®-M3, que trabaja en la banda de RF de 2.4GHz.

### 3.2.2 Estación Base: Raspberry PI 3 B+

La estación base que recibirá las ondas emitidas por los sensores BLE, procesará la intensidad de la señal recibida y enviará la información a la nube, será una placa de control Raspberry PI 3 B+ (Raspberry Pi, s.f.), la cual tiene la capacidad de almacenar el software de procesamiento, conexión Wi-Fi y Bluetooth de bajo consumo de energía.

La placa Raspberry PI 3 B+ (Figura 14) es una microcomputadora con un procesador Broadcom 2711 Quad-core Cortex-A72 de 64 bits, sistema operativo (SO) Linux y Bluetooth BLE 4.0. La placa Raspberry PI 3 B+, permite usar una interfaz gráfica mediante la distribución Ubuntu.



Figura 14 Estación base: Raspberry PI 3 B

### 3.3 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA

El funcionamiento del sistema inicia con un proceso de escaneo, mediante un script en Python que corre sobre la placa Raspberry PI para la identificación de los nodos sensores emisores dentro la red BLE; cuando son encontrados todos los emisores se utiliza como referencia el ID único de cada uno de ellos, para organizar sus valores RSSI y enviarlos a una base de datos en la nube. Este proceso se repite de forma iterativa para la obtención de nuevos valores, ver Figura 15.

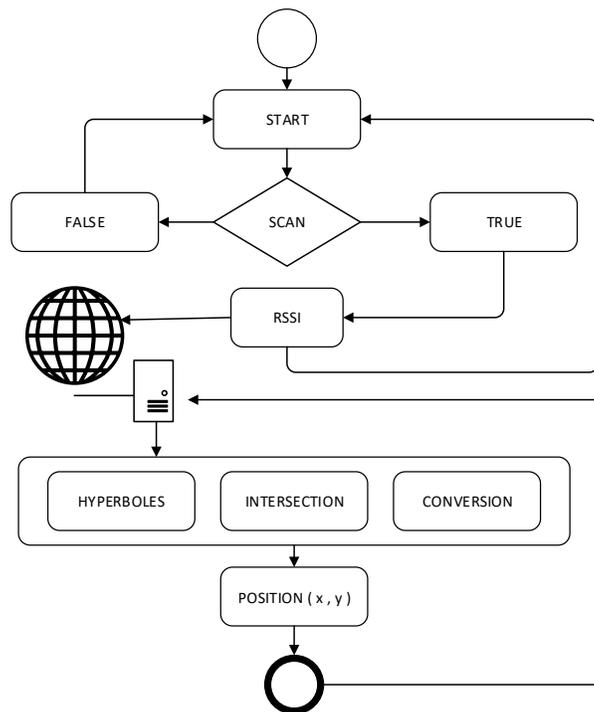


Figura 15 Diagrama de flujo del funcionamiento del sistema

Para organizar y manejar la información generada por los nodos sensores emisores se usó PHP (Hypertext Preprocessor) (PHP Foundation, s.f.), PhpMyAdmin y MySQL.

La base de datos desarrollada contiene las siguientes columnas para almacenar la información del sistema:

- Fecha y hora de registro de la información
- Dirección MAC de cada nodo sensor
- Valores RSSI de cada nodo sensor

Para la gestión y uso de las funciones Bluetooth BLE de la placa Raspberry Pi, se usó la librería Bluepy y para enviar la información a la nube, se usó el método GET de la librería urllib.

En la siguiente etapa, un segundo script en Python ejecuta el algoritmo de multilateración en un servidor remoto para realizar el procesamiento de los valores RSSI extraídos de la nube y estimar la coordenada correspondiente a la posición del objeto, ver Figura 15. En esta etapa, se calculan las distancias entre los transmisores y el receptor, a partir de la ecuación (1), mediante la siguiente expresión matemática:

$$d = 10^{(A - \text{RSSI})/(-10 * n)} \quad (7)$$

Se calculan los tiempos de propagación de las señales ( $t$ ), dividiendo las distancias calculadas ( $d$ ) entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío ( $t = (d)/(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})$ ). Se aplica la técnica de análisis de diferencia de tiempo de arribo de la señal (TDoA).

En el sistema propuesto no se necesita la sincronización entre los emisores y receptor, debido a que se emiten las tres señales hacia un solo receptor y el tiempo de propagación se obtiene a través de un análisis RSSI.

Con los valores de tiempo de propagación ( $t$ ) obtenidos entre cada nodo sensor emisor ( $E_i$ ) y el receptor ( $R$ ), se calcula la distancia entre  $E_i$  y  $R$  ( $d_i$ ), mediante la siguiente ecuación:

$$d_i = |E_i - R| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2} \quad (8)$$

Donde  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  representa el número del nodo sensor emisor,  $R(x_R, y_R)$  la coordenada de la posición del receptor y  $E_i(x_i, y_i)$  la coordenada de la posición de cada nodo sensor emisor.

Como siguiente paso, se calculan las distancias entre los nodos sensor emisor de la siguiente manera:

$$d_{01} = |d_0 - d_1| = \left| \sqrt{(x_0 - x_r)^2 + (y_0 - y_r)^2} - \sqrt{(x_1 - x_r)^2 + (y_1 - y_r)^2} \right|$$

$$d_{02} = |d_0 - d_2| = \left| \sqrt{(x_0 - x_r)^2 + (y_0 - y_r)^2} - \sqrt{(x_2 - x_r)^2 + (y_2 - y_r)^2} \right|$$

$$d_{12} = |d_1 - d_2| = \left| \sqrt{(x_1 - x_r)^2 + (y_1 - y_r)^2} - \sqrt{(x_2 - x_r)^2 + (y_2 - y_r)^2} \right|$$
(9)

El resultado de estas funciones corresponde a las ecuaciones de hipérbolas que definen los posibles puntos posicionados sobre sus dos ramas. La hipérbola  $d_{01}$  (ver Figura 16), cuyo centro se encuentra en el origen del plano cartesiano, tiene la característica común de que la diferencia de la distancia de dos puntos fijos llamados focos, es una constante que indica que la coordenada del objeto a ubicar se encuentra a lo largo de las ramas. Por tanto, la intersección de un mínimo de tres hipérbolas permite encontrar la posición del objeto, ver Figura 17. Finalmente, aplicando el jacobiano al conjunto de funciones  $(d_{01}, d_{02}, d_{12})$  y mínimos cuadrados, permite encontrar la coordenada correspondiente a la posición del objeto a localizar en el plano cartesiano. En esta segunda etapa se usaron las librerías numpy y math de Python para el manejo de las operaciones matemáticas.

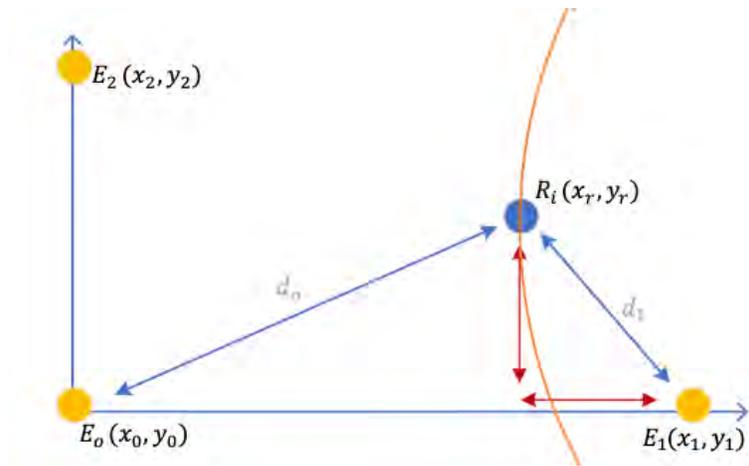


Figura 16 Representación de la hipérbola  $d_{01}$

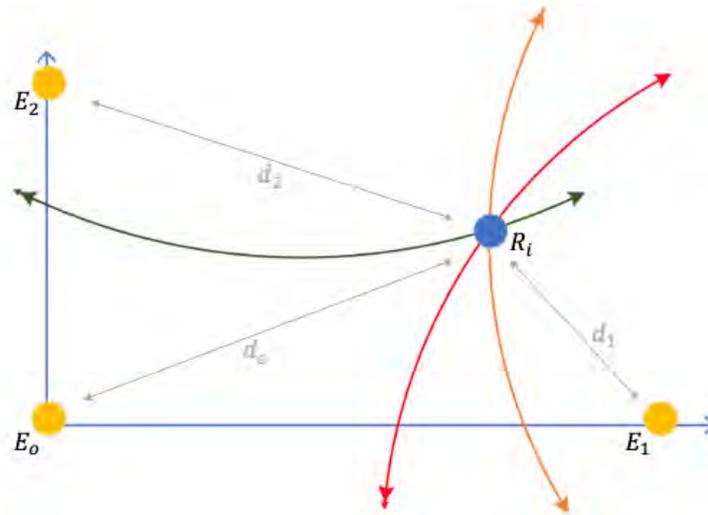


Figura 17 Representación de la intersección de tres hipérbolas

### 3.4 ESCENARIO DE MEDICIÓN

Las pruebas para realizar la validación del sistema propuesto se desarrollaron en dos escenarios: a) Proyectos Especiales de la División de Ciencias, Ingenierías y Tecnología (DCIT) de la Universidad Autónoma del Estado de Quintana Roo (UQROO) y b) Laboratorio de Redes y Comunicaciones (NETCOM Lab) de la DCIT de la UQROO.

#### 3.4.1 Escenario A: Proyectos Especiales

El escenario A fue utilizado para determinar la configuración de los parámetros de los Beacons que presentan un mejor desempeño en la estimación de la distancia lineal entre la estación base y los nodos sensores. Se realizaron pruebas de estimación de distancia lineal, mediante los valores RSSI obtenidos por la placa Raspberry PI, considerando el siguiente vector de distancia  $d = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$  metros, como se muestra en la Figura 18.

Para cada distancia se probaron diferentes configuraciones, combinando los parámetros editables que se muestran en la Tabla 4. De acuerdo al fabricante, los parámetros no editables de referencia del Beacon, corresponden a un valor de -64 dBm para 1 metro (Beacons, s.f.).

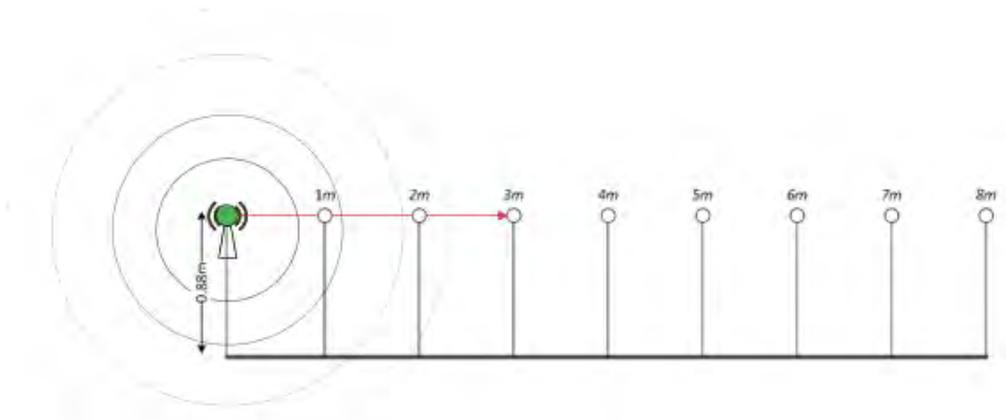


Figura 18 Escenario de medición A: Pruebas para la configuración de parámetros de los Beacons

Tabla 4 Parámetros de configuración del dispositivo Beacon

Periodo (T)				Potencia (db)		
100	1000	4500	9000	0	-6	-23

La Figura 19(a) muestra el escenario real, utilizado para determinar la configuración de los parámetros de los Beacons que presentan un mejor desempeño en la estimación de la distancia entre la estación base y los nodos sensores.



(a)



(b)

Figura 19 Escenario de medición A: (a) Posicionamiento de emisor (Beacon) y receptor (Raspberry PI) y (b) Beacon

### 3.4.2 Escenario B: Laboratorio de Redes y Comunicaciones

El escenario B, fue utilizado para la validación del sistema, mediante la estimación de coordenadas referente a la posición de un objeto en un plano "x", "y" interior. La distribución de los nodos sensores y la estación base se realizó en un área de 7.49 x 4.00 metros, y a una altura de 1.30 metros por encima del suelo.

En las Figura 20 y 21 se puede observar el escenario de medición B, el cual muestra la distribución de los puntos de medición del plan de pruebas propuesto (P1, P2, ..., P10) y los nodos sensores (A, B, C) que formaron un plano cartesiano considerando que entre el Beacon A al B tenemos el eje "x" y entre el Beacon A y C el eje "y".



Figura 20 Escenario de medición B: Estimación de coordenadas (x, y)



Figura 21 Escenario de medición B: Posicionamiento de emisor (Beacon) y receptor (Raspberry PI) en plano "x", "y"

# Capítulo IV

## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 RESULTADOS ESCENARIO A

El primer set de mediciones corresponde al escenario de medición A, el cual está compuesto por el Beacon A, B y C. En este set se realizaron las mediciones de los valores RSSI bajo diferentes periodos (100, 4500, 9000), diversos valores de potencia (0dBm, -6dBm, -23dBm) y a diferentes distancias (1m, 2m, 3m, 4m, 5m, 6m, 7m, 8m). La Tabla 5 muestra las mediciones de valores RSSI correspondientes al Beacon A, bajo los periodos, potencias y distancias mencionadas anteriormente.

Tabla 5 Mediciones de valores RSSI usando diferentes periodos (100, 4500, 9000), potencias (0dBm, -6dBm, -23dBm) y un Beacon

Periodo	100 (T)			4500(T)			9000(T)		
	0dBm	-6dBm	-23dBm	0dBm	-6dBm	-23dBm	0dBm	-6dBm	-23dBm
1m	-60	-63	-77	-59	-59	-80	-	-	-78
2m	-59	-70	-84	-56	-64	-83	-	-	-82
3m	-62	-70	-84	-54	-70	-83	-	-	-79
4m	-67	-73	-90	-61	-65	-86	-	-	-86
5m	-66	-74	-89	-66	-70	-85	-	-	-91
6m	-75	-78	-88	-67	-74	-82	-	-	-88
7m	-75	-82	-89	-68	-75	-86	-	-	-86
8m	-82	-88	-91	-75	-74	-	-	-	-

Las principales observaciones realizadas en este set de mediciones son las siguientes: a) A partir de un periodo de 1000<sup>1</sup>, el sistema de escaneo presenta demoras para identificar la señal, b) A partir de un periodo de 4500 los tiempos de escaneo oscilando aleatoriamente entre 1 a 4 segundos y a una potencia de -23dBm y distancia de 8 metros no se registran valores RSSI, y c) A partir de un periodo de 9000, potencias de 0dBm y -6dBm, no se registran valores RSSI. A una potencia de -23dBm y distancia de 8 metros no se registran valores RSSI, ver Tabla 5.

Para seleccionar los parámetros de configuración de los Beacons que proporcionan mejores resultados, se realizó el ajuste de los valores RSSI obtenidos a una función logarítmica y se obtuvo el coeficiente de determinación para cada secuencia de medición de la Tabla 5.

Las Figuras 22 y 23 muestran el ajuste de curvas que obtuvieron el más bajo y alto coeficiente de determinación, respectivamente. En la Figuras 22 se obtuvo un coeficiente de determinación R<sup>2</sup> de 0.5135, con un periodo de 9000 y una potencia de -23dBm.

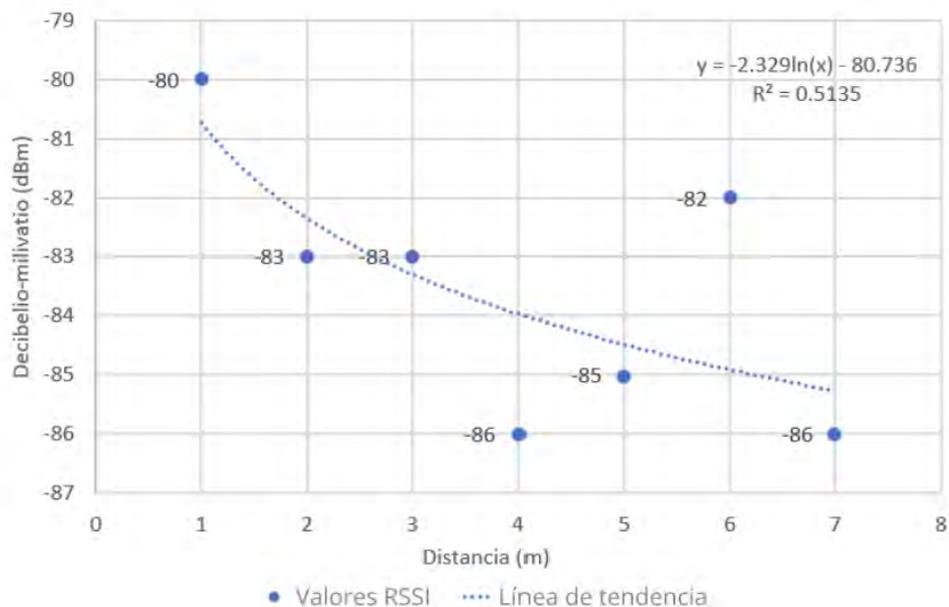


Figura 22 Ajuste de curva con periodo de 9000 y potencia de -23dBm: Beacon A

<sup>1</sup> Se realizaron otras pruebas de variaciones de Periodo para comprender mejor el comportamiento del dispositivo. Los valores para 1000 están en Anexo D.

En la Figuras 23 se obtuvo un coeficiente de determinación  $R^2$  de 0.8738, con un periodo de 100 y una potencia de -23dBm.

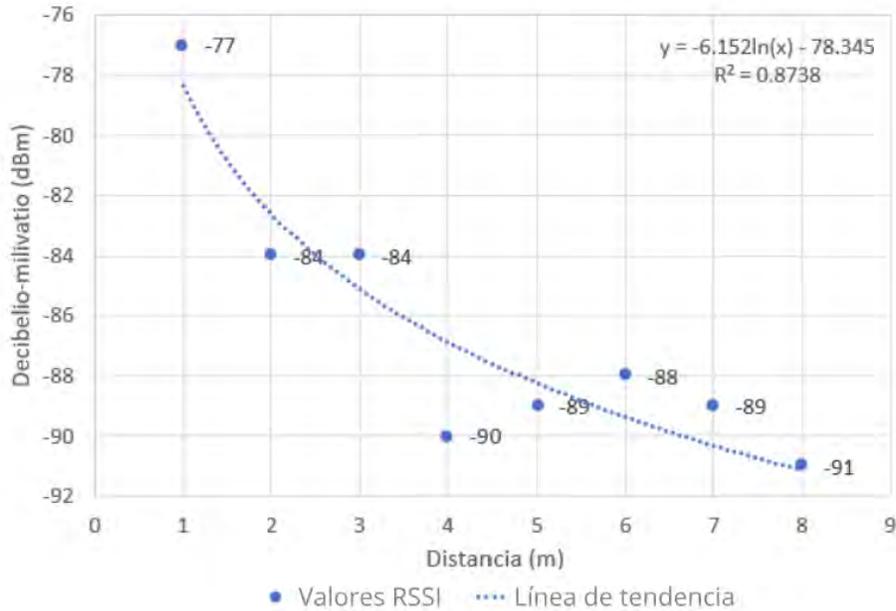


Figura 23 Ajuste de curva con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacon A

Como resultado del análisis de las mediciones de la Tabla 5, se determinó que, usando un periodo de 100, se obtuvieron los valores más altos del coeficiente de determinación, así como una respuesta más rápida y segura de escaneo. Para extender este análisis, se realizó un segundo set de mediciones usando un periodo de 100, los tres valores de potencia (0dBm, -6dBm y -23dBm) y los tres Beacons (A, B, C) funcionando de forma individual, como se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6 Mediciones de valores RSSI usando un periodo de 100, diferentes potencias (0dBm, -6dBm, -23dBm) y tres Beacons de forma individual

Periodo / Tx	100(T) / 0dBm			100(T) / -6dBm			100(T) / -23dBm		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1m	-60	-57	-56	-63	-66	-67	-77	-79	-77
2m	-59	-62	-63	-70	-68	-68	-84	-82	-85
3m	-62	-62	-65	-70	-67	-71	-84	-86	-85
4m	-67	-71	-80	-73	-76	-80	-90	-86	-89

5m	-66	-85	-77	-74	-79	-78	-89	-87	-89
6m	-75	-79	-77	-78	-84	-85	-88	-93	-94
7m	-75	-74	-78	-82	-77	-81	-89	-89	-91
8m	-82	-74	-78	-88	-83	-83	-91	-94	-96

Como resultado del análisis de las mediciones de la Tabla 6, se determinó que, usando un periodo de 100 y una potencia de -23 dBm, se obtienen los valores más altos del coeficiente de determinación (ver Figura 24). En la Figura 24 se presentan las curvas correspondientes a las mediciones individuales de los tres Beacons (A, B, C).

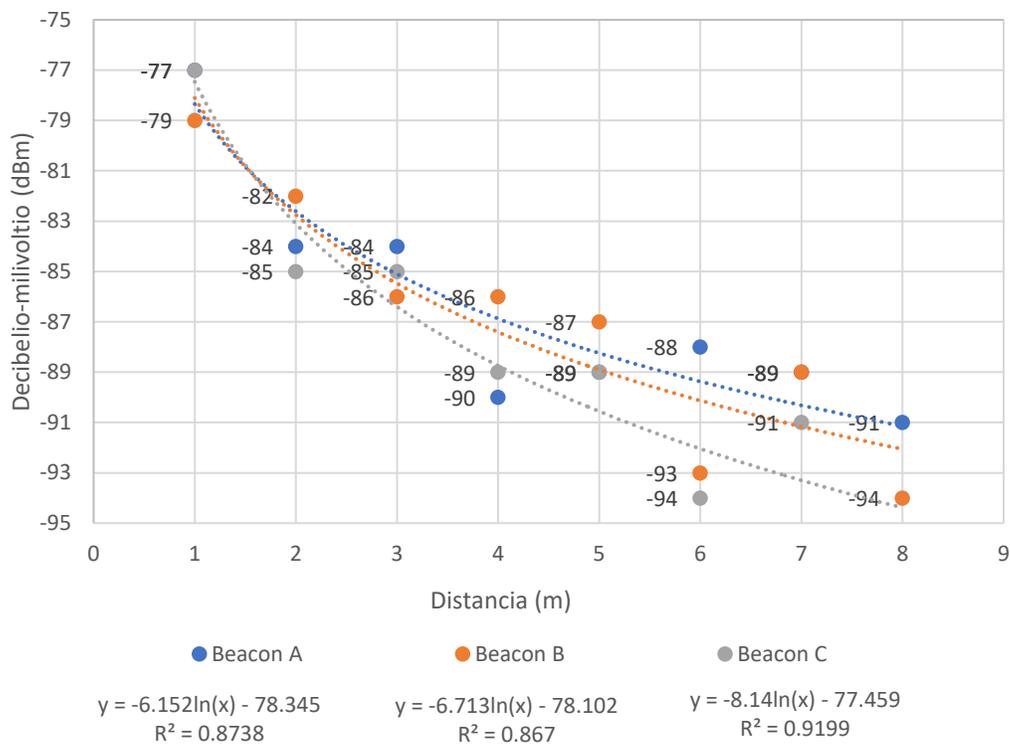


Figura 24 Ajuste de curvas con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacons A, B, C / mediciones individuales

Un tercer set de mediciones fue realizado usando un periodo de 100, los tres valores de potencia (0dBm, -6dBm y -23dBm) y los tres Beacons (A, B, C) funcionando de forma simultánea, como se muestra en la Tabla 7.

Tabla 7 Mediciones del RSSI usando un periodo de 100, diferentes potencias (0dBm, -6dBm, -23dBm) y tres Beacons de forma simultanea

Periodo / Tx	100 / 0dBm			100 / -6dBm			100 / -23dBm		
Beacon	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1m	-59	-63	-58	-65	-68	-65	-80	-84	-79
2m	-58	-62	-60	-68	-68	-68	-86	-81	-83
3m	-64	-73	-60	-70	-79	-65	-87	-91	-81
4m	-76	-70	-64	-84	-76	-71	-87	-88	-86
5m	-70	-72	-69	-77	-78	-78	-91	-90	-92
6m	-74	-73	-74	-79	-78	-78	-92	-94	-90
7m	-70	-72	-69	-77	-76	-74	-90	-91	-89
8m	-74	-84	-81	-81	-87	-82	-92	-92	-90

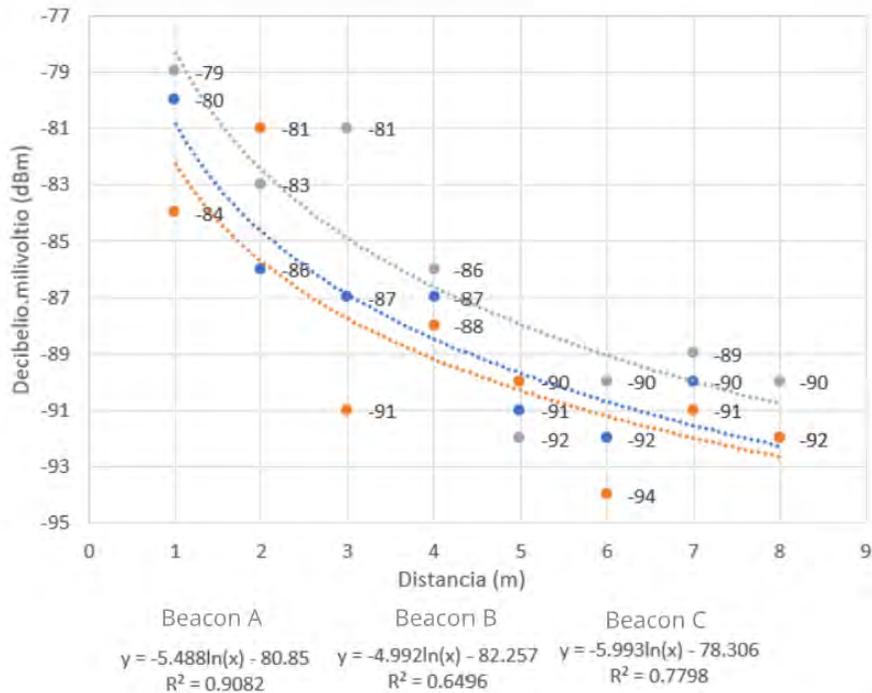


Figura 25 Ajuste de curvas con periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacons A, B, C / mediciones simultaneas

Nuevamente, en este análisis se obtuvieron los valores más altos del coeficiente de determinación, cuando se usa un periodo de 100 y una potencia de -23 dBm. La Figura 25 muestra las curvas correspondientes a las mediciones simultaneas de los tres Beacons (A, B, C).

Con base a las conclusiones obtenidas del set de mediciones de la Tabla 7, se estimaron las distancias para el Beacon A (mediante ecuación 7), usando un periodo de 100 y potencia de -23dBm. La Figura 26 muestra la comparación de las gráficas correspondientes a los valores de distancia real y estimada. En la realización de todas las pruebas se consideró la misma posición del Beacon, respetando la dirección de la antena y la orientación espacial, debido a que se reporta en la literatura que cambios mínimos en el posicionamiento de las antenas transmisoras provocan diferencias en los valores RSSI (Ramiro Ramirez, 2021).

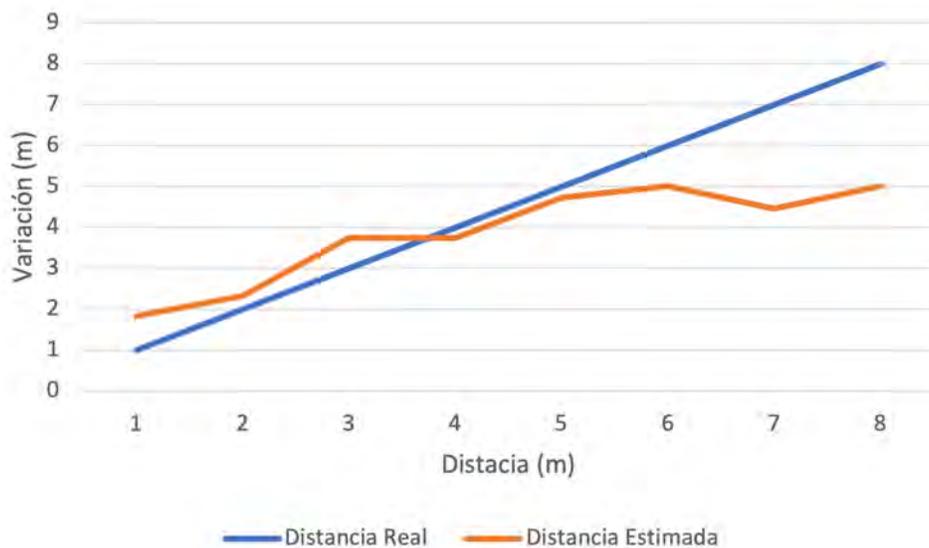


Figura 26 Estimación de distancias lineales usando un periodo de 100 y potencia de -23dBm: Beacon A

Tabla 8 Resultados de medidas lineales obtenidas con una potencia de emisión de -23 dBm y un periodo de 100

Dist.(y)	RSSI	Estimado( $y_1$ )	Error( $y-y_1$ )
1 metro	-80	1,84	-0,84
2 metro	-86	2,32	-0,32
3 metro	-87	3,75	-0,75
4 metro	-87	3,75	0,25
5 metro	-91	4,73	0,27
6 metro	-92	5,01	0,99
7 metro	-90	4,46	2,54
8 metro	-92	5,01	2,99

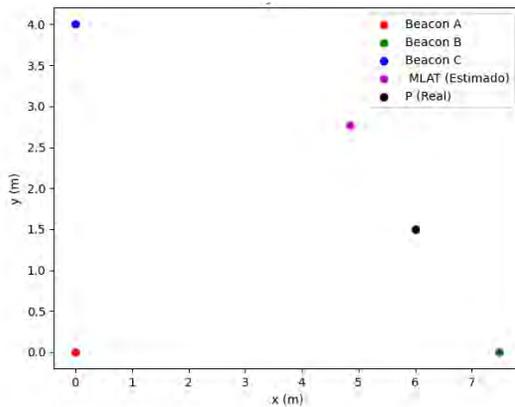
En la Tabla 8 se muestran los valores RSSI, la estimación de las distancias, las distancias reales y el error entre los valores reales y estimados.

## 4.2 RESULTADOS ESCENARIO B

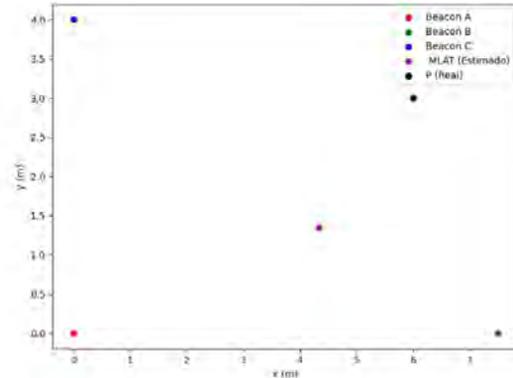
El segundo set de mediciones corresponde al escenario B, el cual está compuesto por tres Beacons (A, B, C), ubicados en las siguientes coordenadas del plano cartesiano: Beacon A (0,0), Beacon B (7.5,0) y Beacon C (4,0). En este set se realizó la estimación de las coordenadas señaladas en la Figura 19 (P1, P2, ..., P10), bajo la siguiente configuración de parámetros en los nodos sensor Beacon: periodo (100) y potencia (-23dBm).

Para el análisis de resultados de este set de mediciones, se realizó una implementación en Python del algoritmo MLAT y una vista gráfica que proporciona las posiciones de los Beacons (A: punto rojo, B: punto verde, C: punto azul), las posiciones reales (punto negro) y estimadas (punto rosa) del objeto a localizar en un espacio interior.

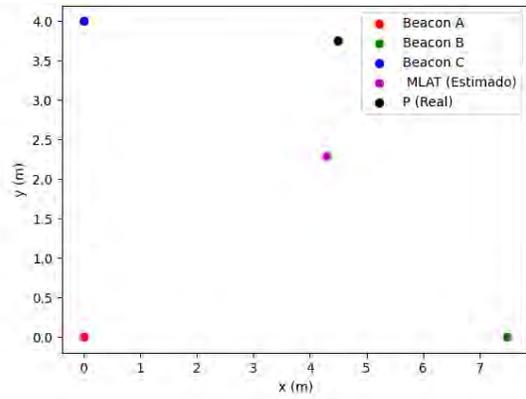
La Figura 27 presenta la vista gráfica del conjunto de mediciones del escenario B, mediante la cual se realizó el análisis de las estimaciones del algoritmo de multilateración implementado.



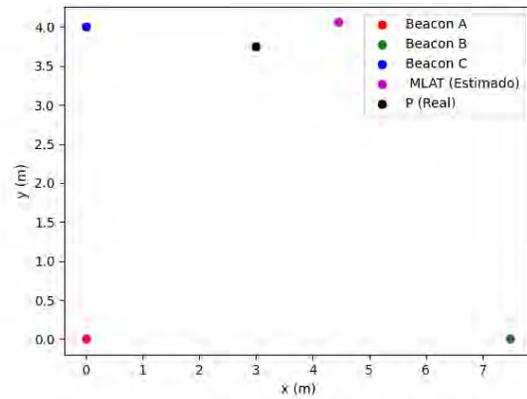
(a) P1



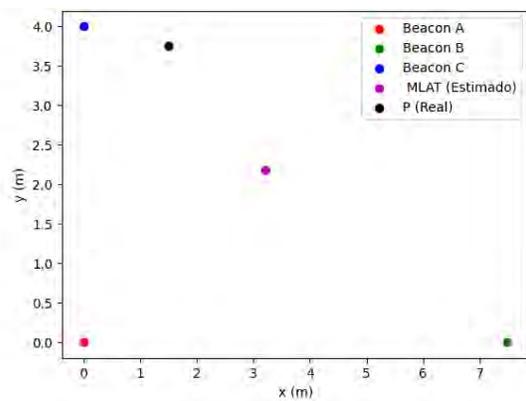
(b) P2



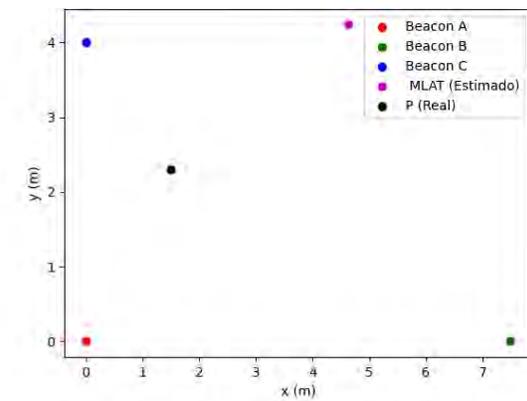
(c) P3



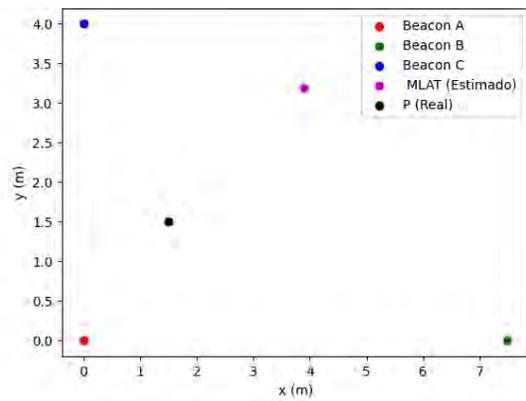
(d) P4



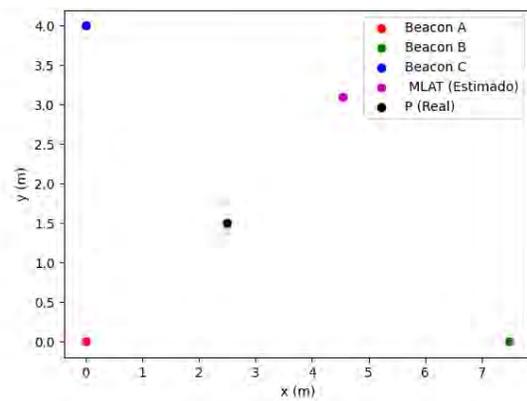
(e) P5



(f) P6



(g) P7



(h) P8

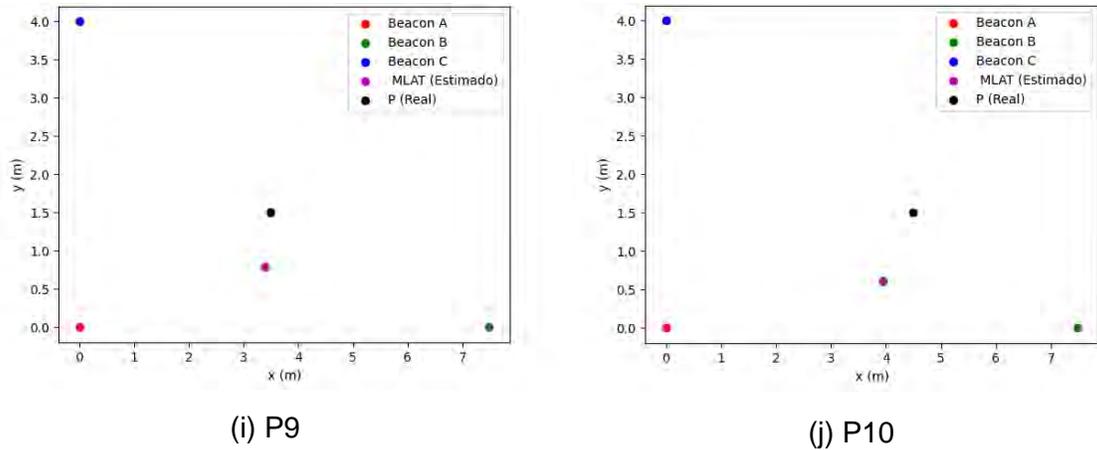


Figura 27 Vista gráfica del conjunto de mediciones del escenario B

En la Figura 27 y Tabla 10 se puede observar cuatro subconjuntos de resultados de acuerdo con la magnitud del error lineal/radial presentado en el conjunto total de mediciones. En el primer subconjunto se encuentra la coordenada del punto P9, la cual presentó el menor error, menor a un metro ( $e < 1 \text{ metro}$ ). El segundo subconjunto corresponde a las coordenadas de los puntos P1, P3, P4 y P10, que presentaron errores entre uno y dos metros ( $1 \text{ metro} < e < 2 \text{ metros}$ ). El tercer subconjunto corresponde a las coordenadas de los puntos P2, P5, P7 y P8, que presentaron errores entre dos y tres metros ( $2 \text{ metros} < e < 3 \text{ metros}$ ). Finalmente, se encuentra la coordenada del punto P6, con un error entre tres y cuatro metros ( $3 \text{ metros} < e < 4 \text{ metros}$ ).

Tabla 9 Estimación de las coordenadas de la Figura 27

Posiciones	Coordenadas Reales		Coordenadas MLAT		Error Lineal (m)
	x	y	x	y	
P1	6	1,5	4,85	2,76	1,71
P2	6	3	4,33	1,34	2,35
P3	4,5	3,75	4,28	2,29	1,48
P4	3	3,75	4,46	4,06	1,49
P5	1,5	3,75	3,21	2,18	2,32
P6	1,5	2,3	4,62	4,23	3,67
P7	1,5	1,5	3,89	3,18	2,92
P8	2,5	1,5	4,64	3,09	2,59
P9	3,5	1,5	3,4	0,79	0,72
P10	4,5	1,5	3,94	0,6	1,06

Mediante el análisis realizado se pudo validar el funcionamiento del sistema desarrollado, el cual permite estimar valores que compiten respecto a la precisión de implementaciones propuestas por otros autores (Samama, 2019) (Vicente Cantón Paterna, 2017) (Loizos Kanaris, 2017).

# CONCLUSIONES

El posicionamiento en espacios interiores es un tema abierto y en constante investigación, debido a la falta de estandarización y baja precisión de los métodos utilizados en el desarrollo de sistemas IPS. La implementación de estos sistemas está en función de tres variables, esto es  $IPS = f(\text{técnicas, tecnologías, algoritmos de localización})$ ; donde existen muchas opciones de combinar dichas variables y cada combinación representa retos específicos. Los sistemas IPS representan un reto importante en el desarrollo de nuevas tecnologías que dependan o utilicen la navegación en espacios interiores, porque aún carecen de consolidación en comparación de los sistemas GPS utilizados en espacios abiertos.

La tecnología BLE presenta importantes ventajas en el desarrollo de sistemas de posicionamiento en interiores, debido a su bajo costo de implementación y bajo consumo energético. También, en la literatura existen muchos estudios sobre la familia de algoritmos de localización MLAT, en los cuales se presentan como competente, debido a su eficiente implementación bajo diversas tecnologías, lo cual permite adaptarse a múltiples infraestructuras.

Con base a los puntos mencionados anteriormente, en este proyecto de tesis se implementó un sistema de localización que permite estimar la posición de un objeto en entornos interiores, utilizando un algoritmo MLAT y una red de sensores BLE, compuesta por nodos sensores BC037S Blue Charm iBeacon y una estación base Raspberry PI 3 B+.

El proceso de validación del sistema implementado consistió en un conjunto de pruebas bajos dos escenarios de medición: 1) Escenario A, para la estimación de distancias lineales y 2) Escenario B, para la estimación de coordenadas en el plano. El primer escenario permitió definir los parámetros de configuración (periodo y potencia) de los nodos sensores que proporcionan resultados más estables, utilizando como referencia el ajuste de los valores RSSI con una función logarítmica (Ramiro Ramirez, 2021) y la evaluación del coeficiente de determinación más alto. Después de un análisis exhaustivo, se determinaron los valores óptimos de periodo (100) y potencia (-23dBm). El segundo escenario permitió estimar las coordenadas de un conjunto de puntos de prueba (P1, P2, ..., P10). El análisis se realizó mediante la división del conjunto de pruebas en cuatro subconjuntos, de acuerdo con la magnitud del error lineal/radial presentado en el conjunto total de mediciones. En el

primer subconjunto se encuentra la coordenada del punto P9, la cual presentó el menor error ( $e$ ), menor a un metro ( $e < 1 \text{ metro}$ ). El segundo subconjunto corresponde a las coordenadas de los puntos P1, P3, P4 y P10, que presentaron errores entre uno y dos metros ( $1 \text{ metro} < e < 2 \text{ metros}$ ). El tercer subconjunto corresponde a las coordenadas de los puntos P2, P5, P7 y P8, que presentaron errores entre dos y tres metros ( $2 \text{ metros} < e < 3 \text{ metros}$ ). Finalmente, se encuentra la coordenada del punto P6, con un error entre tres y cuatro metros ( $3 \text{ metros} < e < 4 \text{ metros}$ ).

Uno de los grandes retos presentados durante el análisis, fue referente al comportamiento de las ondas de radio en espacios interiores, las cuales sufren variaciones inestables debido a las interferencias del medio (multitrayectos, refracción...), en este sentido fue necesario realizar múltiples repeticiones con el fin de identificar patrones y reducir los niveles de error. Mediante el análisis realizado se pudo validar el funcionamiento del sistema desarrollado, el cual permite estimar valores que compiten respecto a la precisión de implementaciones propuestas por otros autores.

Es importante mencionar, que la precisión del sistema propuesto en este proyecto de tesis se puede mejorar mediante la implementación de filtros suavizadores, tales como: media móvil, Kalman, partículas, gaussiano, entre otros. Otro factor por considerar es hacer mejoras a nivel de hardware de la red de sensores. En los nodos es deseable poder tener el control de los tiempos de emisión de las ondas de radio y las variaciones de energía. También, es deseable optimizar los recursos en el hardware de la estación base, mediante el diseño e implementación personalizado con capacidad computacional necesaria para la recepción, procesamiento y transmisión de la información a la nube. Otro punto para considerar como posible mejora es cambiar la técnica de obtención de los datos para el cálculo de la distancia, por las técnicas de ToA o TDoA; así también como la inversión de la arquitectura de la red de sensores, en la cual se cuente con un único nodo sensor transmisor y diferentes estaciones base receptoras.

# REFERENCIAS

- A B M Mohaimenur Rahman, T. L. (2020). Recent Advances in Indoor Localization via Visible Lights: A Survey. *Sensors*, 20.
- Adolf Mathias, M. L. (2008). An Efficient Multilateration Algorithm. *Proceedings of ESAV'08*. Capri, Italy.
- Alberto Fornaser, L. M. (2019). Self-Weighted Multilateration for Indoor positioning systems. *Sensors*, 872(19).
- Ali Yassin, Y. N.-D. (2017). Recent Advances in Indoor Localization: A Survey on Theoretical Approaches and Applications. *IEEE COMMUNICATIONS SURVEYS & TUTORIALS*, 19(2).
- ALLDATASHEET. (n.d.). *CC2640 Datasheet*. Retrieved Diciembre 02, 2021, from [https://www.alldatasheet.com/view.jsp?Searchword=Cc2640%20Datasheet&gclid=Cj0KCQiA-qGNBhD3ARIsAO\\_o7ymkKPUhH02Df8DsEYhSFyeRmRdgOwQhyvkXK0htdVXMla9uF-zZ\\_bMaAts5EALw\\_wcB](https://www.alldatasheet.com/view.jsp?Searchword=Cc2640%20Datasheet&gclid=Cj0KCQiA-qGNBhD3ARIsAO_o7ymkKPUhH02Df8DsEYhSFyeRmRdgOwQhyvkXK0htdVXMla9uF-zZ_bMaAts5EALw_wcB)
- Beacons, B. C. (n.d.). <https://bluecharmbeacons.com>. Retrieved Noviembre 25, 2021, from <https://bluecharmbeacons.com/product/bluetooth-ble-ibeacon-bc037s-ibeacon/>
- Chan, S. H. (2015). Wi-Fi Fingerprint-based Indoor Positioning: Recent Advances and Comparisons. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*.(DOI 10.1109/COMST.2015.2464084).
- Davidson, P. &. (2016). A Survey of selected Indoor Positioning Methods for Smartphones. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*.
- Emilio Sansano, R. M.-S. (2019). Indoor Positioning and Fingerprinting: The R Package ipft. *The R Journal*, 11.
- Espeland, H. (2018). Navigation using Bluetooth Low Energy Beacons. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology.
- Faheem Zafari, S. A. (2019). A Survey of Indoor Localization Systems and Technologies. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*(DOI 10.1109/COMST.2019.2911558), 32.
- Filippo Palumbo, P. B. (2015). A Stigmergic approach to indoor localization using Bluetooth Low Energy beacons.
- Gaviria, I. A. (2013). *New Strategies to improve multilateration systems in the air traffic control*. Valencia, Spain: Universitat Politècnica de Valencia.
- Heydon, R. (2013). *Bluetooth Low Energy - The Developer's Handbook*. New Jersey.: Pearson Education, Inc.

- Ivan A. Mantilla-Gaviria, M. L.-T. (2014). Localization algorithms for multilateration (MLAT) systems in airport surface surveillance. *Springer-Verlag*(DOI 10.1007/s11760-013-0608-1).
- Jacopo Tosi, F. T. (2017). Performance Evaluation of Bluetooth Low Energy: A Systematic Review. *Sensors*, 2898(doi:10.3390/s17122898), 17.
- Loizos Kanaris, A. K. (2017). Fusing Bluetooth Beacon Data with i-Fi Radiomaps for Improved Indoor Localization. *Sensors MDPI*.
- M., H. M. (2009). An Indoor Positioning System Based on Robust Location Fingerprint for Wi-Fi and Bluetooth. Singapore,: 2009.
- Mauro Leonardi, A. M. (2009). Two efficient localization algorithms for multilateration. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*(doi:10.1017/S1759078709000245), 223-229.
- Mauro Leonardi, A. M. (2009). Two efficient localization algorithms for multilateration. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*(doi:10.1017/S1759078709000245), 223-229.
- Mautz, R. (2012). Indoor positioning technologies. Zurich: ETH Zurich Research Collection.
- PHP Foundation. (n.d.). *PHP*. Retrieved diciembre 02, 2021, from <https://www.php.net/>
- Poellabauer, W. D. (2010). *Fundamentals of Wireless Sensor Networks - Theory and Practice*. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd.
- Ramiro Ramirez, C.-Y. H.-A.-T.-W.-H. (2021). A Practice of BLE RSSI Measurement for Indoor Positioning. *Sensors*, 21(5181).
- Ramon F. Brena, J. P.-V.-T.-R.-R. (2017). Evolution of Indoor Positioning Technologies: A Survey. *Journal of Sensors*(Article ID 2630413), 21.
- Raspberry Pi*. (n.d.). Retrieved Diciembre 02, 2021, from [https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjf\\_afy18X0AhXPTDABHX0jBCEQFnoECAoQAQ&url=https%3A%2F%2Fdatasheets.raspberrypi.com%2Frp4%2Fraspberrypi-4-datasheet.pdf&usg=AOvVaw3Y6CnxbHhvf61bbAiQu8Nw](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjf_afy18X0AhXPTDABHX0jBCEQFnoECAoQAQ&url=https%3A%2F%2Fdatasheets.raspberrypi.com%2Frp4%2Fraspberrypi-4-datasheet.pdf&usg=AOvVaw3Y6CnxbHhvf61bbAiQu8Nw)
- Samama, N. (2019). *Indoor Positioning - Technologies and performance*. Hoboken, New Jersey: JohnWiley & Sons, Inc.
- Santosh Subedi, J.-Y. P. (2020). A Survey of Smartphone-Based Indoor Positioning. *Sensors*, 7230(doi:10.3390/s2024723), 20.
- SCHMIDT, R. O. ( 1972). A New Approach to Geometry of Range Difference Location. *IEEE Interstate Electronics Corporation*, 8(6).

Shixiong Xia, Y. L. (2017). Indoor Fingerprint Positioning Based on Wi-Fi: An Overview. *ISPRS Int. J. Geo-Inf.*, 135(doi:10.3390/ijgi6050135), 6.

Srdan Kitic, C. G. (2020). A Comparative Study of Multilateration Methods for Single-Source Localization in Distributed Audio. *To appear at IWIS - The 1st International Workshop on the Internet of Sounds*. Cesson-Sévigné, France.

Vicente Cantón Paterna, A. C. (2017). A Bluetooth Low Energy Indoor Position System with Channel Diversity, Weighted Trilateration and Kalman Filter. *Sensors*.

Zahid Farid, R. N. (2013). Recent Advances in Wireless Indoor Localization Techniques. *Journal of Computer Networks and Communications*(Article ID 185138), 12.

Zahid Farid, R. N. (2013). Recent Advances in Wireless Indoor Localization Techniques and System. *Journal of Computer Networks and Communications*(Article ID 185138), 12.

## ANEXO A

### Código de tablas de datos PHP:

```
-- phpMyAdmin SQL Dump
-- version 4.9.7
-- https://www.phpmyadmin.net/
```

```
SET SQL_MODE = "NO_AUTO_VALUE_ON_ZERO";
SET AUTOCOMMIT = 0;
START TRANSACTION;
SET time_zone = "+00:00";
```

```
CREATE TABLE `Datos_ips` (
  `id` int(11) NOT NULL,
  `RSSI1` int(11) NOT NULL,
  `RSSI2` int(11) NOT NULL,
  `RSSI3` int(11) NOT NULL,
  `d1` varchar(77) COLLATE utf8_unicode_ci NOT NULL,
  `d2` varchar(77) COLLATE utf8_unicode_ci NOT NULL,
  `d3` varchar(77) COLLATE utf8_unicode_ci NOT NULL,
  `ref` varchar(77) COLLATE utf8_unicode_ci NOT NULL,
  `data` datetime NOT NULL DEFAULT CURRENT_TIMESTAMP ON UPDATE
CURRENT_TIMESTAMP
) ENGINE=InnoDB DEFAULT CHARSET=utf8 COLLATE=utf8_unicode_ci;
```

```
ALTER TABLE `Datos_ips`
  ADD PRIMARY KEY (`id`);
```

```
ALTER TABLE `Datos_ips`
  MODIFY `id` int(11) NOT NULL AUTO_INCREMENT;
COMMIT;
```

## ANEXO B

### Código RASPBERRY PI PHP:

```
#Librerias necesarias
from bluepy.btle import Scanner
import urllib3

#Direcciones de los dispositivos importantes
bAdd = ["60:77:71:8e:77:84", "60:77:71:8e:7e:05", "60:77:71:8e:68:43"]
#Cantidad de muestras para filtrado
muestras = 10
#Potencias de transmision
pots = [0.0, 0.0, 0.0]
#Constantes de interferencia
ns = [60.0, 60.0, 60.0]

#Mostrar las direcciones de los dispositivos importantes
for n in range(3):
    print("B" + str(n+1) + " Add: " + bAdd[n])

#Comienza el escaneo
while True:
    #Acumulado de resultados
    brssi = [0, 0, 0]

    for f in range(muestras): #Escanea <muestras> veces para filtrar
        presentes = [False, False, False] #Permite controlar cuando los 3 beacons han sido
        registrados
        print("Escaneando... #" + str(f + 1))

        while (not presentes[0] or not presentes[1] or not presentes[2]): #Repite el muestreo
            hasta tener todos los beacons
            lista = Scanner().scan(1.0) #La lista sera un escaneo cada x segundos
            for dev in lista: #Recorrer la lista
                #Guarda los datos del dispositivo enlistado en la posicion dev
                rssi = dev.rssi
                addr = dev.addr

                for n in range(3): #Para recorrer el arreglo de los dispositivos importantes
                    if bAdd[n] == str(addr): #Comprueba si es uno de nuestros beacons
                        if not presentes[n]: #Solo acumula los que no han llegado
                            if (0 > rssi) and (rssi > -110): #Anula errores de recepcion
                                print("Beacon " + str(n + 1) + " " + str(rssi))
                                brssi[n] = brssi[n] + rssi #Acumula el valor correspondiente
                                presentes[n] = True #Registrar presencia del beacon

            #Promedia y envia datos
            for n in range(3): #Para recorrer el arreglo de Beacons y obtener promedios
                brssi[n] = brssi[n] / muestras; #Promedia
                print("Beacon " + str(n + 1) + " " + str(brssi[n]) + " prom")
```

```
#Calcula la distancia
dis = [0.0, 0.0, 0.0]
for n in range(3): #Para recorrer el arreglo de Beacons y obtener distancias
    dis[n] = 10**((pots[n] - brssi[n])/(10*ns[n]))
    print("Beacon " + str(n + 1) + " " + str(dis[n]) + " m")

url = " http://127.0.0.1/ localhost/log.php?rssi1=" + str(brssi[0]) + "&rssi2=" + str(brssi[1])
+ "&rssi3=" + str(brssi[2]) + "&d1=" + str(dis[0]) + "&d2=" + str(dis[1]) + "&d3=" + str(dis[2])
http = urllib3.PoolManager()
r = http.request("GET", url)
htmlSource = r.data
print(r.status)
```

## ANEXO C

### Código MLAT / PHP:

#Gedeão Santos Nunes de Oliveira

#Ref. Travis Mick - A demonstration of TDOA multilateration, disponible en

#<https://lo.calho.st/posts/tdoa-multilateration/>, consultado en 22 de Noviembre de 2022.

```
#!/usr/bin/env python3
import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import mysql.connector
cnx = mysql.connector.connect(
    host='localhost',
    user='root',
    password='',
    database='Uqroo'
)

try:
    cursor = cnx.cursor()
    cursor.execute("SELECT RSSI1,RSSI2,RSSI3 FROM recorridos WHERE IDSesion = 197")
    result = cursor.fetchall()
    print (result)
finally:
    cnx.close()

for (RSSI1,RSSI2,RSSI3) in result:
    a1=RSSI1
    b1=RSSI2
    c1=RSSI3

#Potencias de transmision
pots = -64

#Constantes de interferencia
N = 4

disA = 10**((pots - a1)/(10*N))
disB = 10**((pots - b1)/(10*N))
disC = 10**((pots - c1)/(10*N))

print("Distancia A = ", a1, "/", disA,"m")
print("Distancia B = ", b1, "/", disB,"m")
print("Distancia C = ", c1, "/", disC,"m")

speed = 299792458.
```

```

ta = disA/speed
tb = disB/speed
tc = disC/speed

print(ta,tb,tc)
print("-----")

AB = 7.49
AC = 4.0

a2 = disA*disA
b2= disB*disB
c2= AB*AB
c21 = disC*disC
c2C = AC*AC

thetaradA = math.acos((a2 + c2 - b2)/(2*disA*AB))

thetaradB = math.acos((b2 + c2 - a2)/(2*disB*AB))

thetaradC = math.acos((a2 + c2C - c21)/(2*disA*AC))

thetaA = thetaradA * 180 / 3.14
thetaB = thetaradB * 180 / 3.14
thetaC = thetaradC * 180 / 3.14

XA = abs(math.cos(thetaA)*disA)
YA = abs(math.sin(thetaA)*disA)

XB = abs(math.cos(thetaB)*disB)
YB = abs(math.sin(thetaB)*disB)

XC = abs(math.cos(thetaC)*disC)
YC = abs(math.sin(thetaC)*disC)

#print(theta)
print(XA,YA)
print(XB,YB)
print(XC,YC)

measurements = [[XA, YA, ta],[XB, YB, tb],[XC, YC, tc]]

def functions(x0, y0, x1, y1, x2, y2, d01, d02, d12):
    """ Given observers at (x0, y0), (x1, y1), (x2, y2) and TDOA between observers d01, d02,
    d12, this closure
    returns a function that evaluates the system of three hyperbolae for given event x, y.
    """
    def fn(args):
        x, y = args

```

```

    a = np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.)) - np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) +
np.power(y - y0, 2.)) - d01
    b = np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) +
np.power(y - y0, 2.)) - d02
    c = np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) +
np.power(y - y1, 2.)) - d12
    return [a, b, c]
return fn

```

```
def jacobian(x0, y0, x1, y1, x2, y2, d01, d02, d12):
```

```

    def fn(args):
        x, y = args
        adx = (x - x1) / np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.)) - (x - x0) /
np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) + np.power(y - y0, 2.))
        bdx = (x - x2) / np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - (x - x0) /
np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) + np.power(y - y0, 2.))
        cdx = (x - x2) / np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - (x - x1) /
np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.))
        ady = (y - y1) / np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.)) - (y - y0) /
np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) + np.power(y - y0, 2.))
        bdy = (y - y2) / np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - (y - y0) /
np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) + np.power(y - y0, 2.))
        cdy = (y - y2) / np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.)) - (y - y1) /
np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.))

```

```

        return [
            [adx, ady],
            [bdx, bdy],
            [cdx, cdy]
        ]
    return fn

```

```

xp = np.mean([x for x,y,t in measurements])
yp = np.mean([y for x,y,t in measurements])

```

```
#print("-----")
```

```
print(xp,yp)
```

```

x0, y0, t0 = measurements[0]
x1, y1, t1 = measurements[1]
x2, y2, t2 = measurements[2]

```

```
print("-----")
```

```

F = functions(x0, y0, x1, y1, x2, y2, (t1 - t0) * speed, (t2 - t0) * speed, (t2 - t1) * speed)
J = jacobian(x0, y0, x1, y1, x2, y2, (t1 - t0) * speed, (t2 - t0) * speed, (t2 - t1) * speed)

```

```
x, y, _ = opt.leastsq(F, x0=[xp, yp], Dfun=J)
```

```

lat, lon, _ = pm.enu2geodetic(x, y, 0, lat0, lon0, 0)

# Create reasonable x, y bounds for visualization
max_x = max(x0, x1, x2, x)
min_x = min(x0, x1, x2, x)
range_x = max_x - min_x
min_x -= range_x * .2
max_x += range_x * .2

max_y = max(y0, y1, y2, y)
min_y = min(y0, y1, y2, y)
range_y = max_y - min_y
min_y -= range_y * .2
max_y += range_y * .2

# Create a grid of input coordinates
xs = np.linspace(min_x, max_x, 100)
ys = np.linspace(min_y, max_y, 100)
xs, ys = np.meshgrid(xs, ys)

# Evaluate the system across the grid
A, B, C = F((xs, ys, np.zeros(xs.shape)))

# Plot the results
plt.scatter(x0, y0, color='r')
plt.scatter(x1, y1, color='g')
plt.scatter(x2, y2, color='b')
plt.scatter(x, y, color='k')
plt.contour(xs, ys, A, [0], colors='y')
plt.contour(xs, ys, B, [0], colors='m')
plt.contour(xs, ys, C, [0], colors='c')
plt.show()

d0 = np.sqrt(np.power(x - x0, 2.) + np.power(y - y0, 2.))
d1 = np.sqrt(np.power(x - x1, 2.) + np.power(y - y1, 2.))
d2 = np.sqrt(np.power(x - x2, 2.) + np.power(y - y2, 2.))
t0 = d0 / speed
t1 = d1 / speed
t2 = d2 / speed

def circle(cx, cy, r):
    def fn(x, y):
        return np.sqrt(np.power(x - cx, 2.) + np.power(y - cy, 2.)) - r
    return fn

c0 = circle(x0, y0, d0)
c1 = circle(x1, y1, d1)
c2 = circle(x2, y2, d2)

plt.scatter(x0, y0, color='r')
plt.scatter(x1, y1, color='g')

```

```
plt.scatter(x2, y2, color='b')  
plt.scatter(x, y, color='k')
```

```
plt.contour(xs, ys, c0(xs, ys), [0], colors='r')  
plt.contour(xs, ys, c1(xs, ys), [0], colors='g')  
plt.contour(xs, ys, c2(xs, ys), [0], colors='b')  
plt.show()
```

## ANEXO D

Tabla 10 Mediciones de RSSI obtenidas con un periodo de 1000 y potencias de 0dBm y -23dBm

Potencia (db)	0	-23
Periodo (T)	1000	1000
1m	53	76
2m	58	85
3m	52	81
4m	57	86
5m	70	87
6m	73	86
7m	69	86
8m	68	88